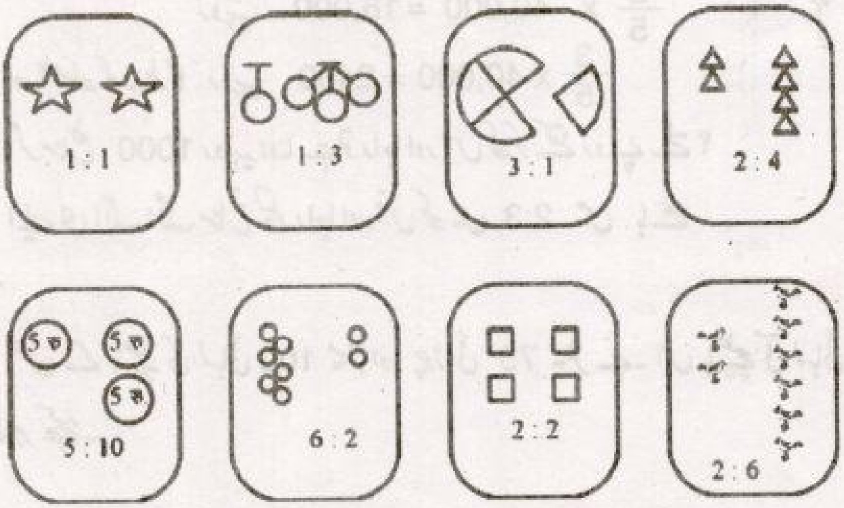
یعنی 30:20 و 6:4 برابر ہیں جو 3:2 کے برابر ہے۔ یہ مساوی نسبت کہلاتا ہے۔

خود کیجئے:

دی گئی تصویر میں دو مجموعوں میں شکلوں کی تعداد کا تناسب دیا ہے آپ مساوی نسبتوں کو ملایئے۔



راجا نے اپنے چچیرے بھائی ہنس مکھ کے ساتھ مل کر ایک کھیت خریدا۔ راجا نے 40,000 روپیہ اور ہنس مکھ نے 60,000 روپیہ لگائے۔ دونوں کے ذریعہ لگائے گئے پیسوں کا سہل نسبت

2 : 3 = 40,000 : 60,000 ہے۔

فصل کے بعد سارے خرچ کاٹنے پر انہیں کل ملاکر 40,000 روپیہ کا منافع ہوا۔ جب منافع بانٹنے کی بات چلی تو ہنس مکھ بولا "مجھے زیادہ روپیہ ملنا چاہیئے۔ میں نے شروعات میں زیادہ رقم لگایا تھا۔"

تب یہ فیصلہ لیا گیا کہ ہر ایک کے ذریعہ ملائے گئے رقم کے نسبت میں ہی منافع بانٹا جائیگا۔

یعنی 2:3 کی نسبت میں۔

جیسے: مان لیجئے اگر 5 روپیہ کا منافع ہوتا تو 2 روپیہ راجا کو ملتے اور 3 روپیہ ہنس مکھ کو ملتے۔ یعنی

5 حصوں میں 2 حصہ راجا کو 3 حصہ ہنس مکھ کو ملیں گے۔

اسے اس طرح بھی لکھتے ہیں منافع کا $\frac{2}{5}$ راجا کو اور $\frac{3}{5}$ ہنس مکھ کو

اب نفع 40,000 روپیہ ہے تو راجا کو ملے گا۔

$\frac{2}{5}$ x 40,000 = 16,000 روپیہ

اور ہنسمکھ کو ملے گا روپیہ $\frac{3}{5}$ x 40,000 = 2400

اگر منافع 1000 روپیہ ہوتا ہے تو راجا اور ہنس مکھ کو کتنے روپے ملتے ؟

ایسے ہی الگ الگ منافع لیکر راجا اور ہنس مکھ میں 2:3 میں بانٹئے

مثال-1

نمن کے باغیچہ کی لمبائی 100 میٹر اور چوڑائی 75 میٹر ہے۔ اس باغیچے کی لمبائی و چوڑائی کا تناسب ظاہر کیجئے۔

حل:

باغیچے کی لمبائی 100 = میٹر، باغیچے کی چوڑائی 75 = میٹر

یعنی لمبائی و چوڑائی کا تناسب = 100: 75

$$= \frac{100}{75} = 4 : 3$$

اس لئے تناسب ہوگا 4 : 3

مثال : 2

ایک جہاز میں حج کے سفر پر جانے والے لوگوں کی تعداد 55 تھی اگر ان میں سے 25 خواتین تھیں اور باقی مرد تو مندرجہ ذیل میں تناسب معلوم کیجئے:

(الف) خواتین و مردوں کی تعداد کا

(ب) مردوں وخواتین کی تعداد کا

حل:

کل مسافروں کی تعداد = 55

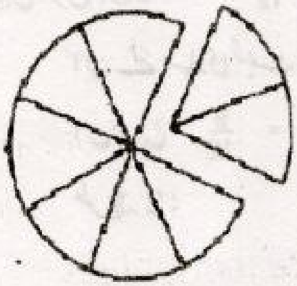
خواتین کی تعداد = 25

مردوں کی تعداد = 25 - 55 = 30

یعنی خواتین کی تعداد کا مردوں کی تعداد کا نسبت = 30 : 25 = 6 : 5

اور مردوں کی تعداد کا خواتین کی تعداد کا نسبت = 25 : 30 = 5 : 6 (دھیان دیں کہ 6:5 اور 6:5 الگ لگ ہیں۔حقیقت میں ایک دوسرے سے مخالف ہیں۔

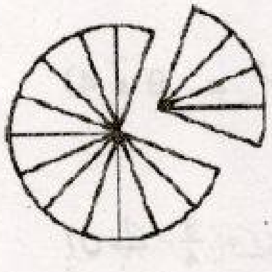
مثال- 3



تصویر میں دکھائے گئے نسبت کے دو مساوی نسبت لکھئے۔

حل: اب اگر $\frac{6}{2}$ کو اوپر و نیچے 2 سے ضرب کریں تو ہمیں ملے گا

$$\frac{6 \times 2}{2 \times 2} = \frac{12}{4} = 12 : 4$$ حاصل ہوگا



آپ نے غور کیا ہوگا کہ ٹکڑوں کی تعداد بڑھ گئی ہے

پر ٹکڑوں کے ذریعہ گھیرا گیا مقام برابر ہیں۔

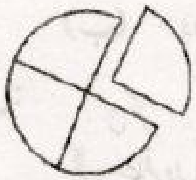
یعنی 6:2 اور 4 : 12 مساوی نسبت ہیں۔

اسی طرح $6:2 = \frac{6}{2} = \frac{6 \div 2}{2 \div 2} = \frac{3}{1} = 3:1$

اس طرح 3:1 کا مساوی نسبت ہے۔

اسی لئے مساوی نسبت = $\frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{12}{4} = \frac{18}{6}$ ....

10.2 مساوی نسبت کی خاصیت۔



طریقہ-1

ہم مساوی تناسب کی وضاحت میں پڑھ چکے ہیں کہ شمار کنندہ اور نسب نما کو ایک برابر عدد سے ضرب یا تقسیم کر مساوی نسبت حاصل ہوتا ہے۔

مان لیاجائے کہ $\frac{\square}{12} = \frac{3}{4}$ دوسرا مساوی نسبت نکالنے کے لئے ہمیں نسب نما کے مقابل شمار کنندہ نکالنا ہے تو $\frac{3}{4}$ کے شمار کنندہ و نسب نما کو 3 سے ضرب کرنا ہوگا جس سے نسب نما 12 ہو جائے، یعنی یہ اس طرح ہوگا۔ $\frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$

اس لئے مساوی نسبت کے لئے شمار کنندہ میں 9 رکھنا ہوگا

اس طرح $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ اب مساوی نسبت ہے

طریقہ 2:

$$\frac{3}{4} = \frac{\square}{12}$$

$$12 \times 3 = 4 \times \square$$

$$36 = 4 \times \square$$

(4 کو 9 سے ضرب کرنے پر ہمیں 36 حاصل ہوتا ہے۔)

یا $\frac{36}{4} = \frac{9}{1}$

اس لئے $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ مساوی نسبت ہوا۔

خود کیجئے:

$\frac{---}{20} = \frac{3}{4}$ کو حل کیجئے۔

مثال-4

جیون کی کل آمدنی کا خرچ و بچت کا نسبت 1 : 2 ہے ،اب اگر جیون کی آمدنی 600 روپیہ ہے تو بتایئے وہ مہینے میں کل کتنا بچالیتا ہے۔؟

حل: نسبت کے دو حصے 2اور 1 ہیں۔

یعنی دونوں حصوں کا جوڑ $2 + 1 = 3$

اس کا مطلب ہے کہ بچت 3 روپیہ میں ہے 1 روپیہ ہے

تو 1 روپیہ میں سے $\frac{1}{3}$ روپیہ

600 روپیہ میں $= \frac{1}{\cancel{3}} \times \cancel{600} = 200$ روپیہ بچت

اس طرح جیون اپنی کل آمدنی 600 روپے میں سے 200 روپے بچالیتا ہے اسطرح اس کا خرچ بھی معلوم کرسکتے ہیں ۔

سوالات:10.1

(1) ایک جماعت میں 20 لڑکیاں اور 15 لڑکے ہیں ،نسبت معلوم کیجئے ۔

(a) لڑکیوں کی تعداد کا لڑکوں کی تعداد سے

(b) لڑکیوں کی تعداد کا کل طلباء کی تعداد سے

(2) 20 طلباء کی جماعت میں 6فٹبال 12 کرکٹ اور باقی ٹینس پسند کرتے ہیں ۔نسبت معلوم کیجئے۔

(a) فٹ بال پسند کرنے والوں کی تعداد کا ٹینس پسند کرنے والوں سے ۔

(b) کرکٹ شائقین کا کل طلباء کی تعداد سے

(3) مارگریٹ ایک کارخانہ میں کام کرتی ہے اور 1910 روپیہ ماہانہ تنخواہ لیتی ہے۔ وہ اپنی

آمدنی میں سے 370روپیہ ہر ماہ بچت کرتی ہے تو نسبت معلوم کیجئے۔

(a) اسکی بچت اسکی آمدنی کا

(b) اس کی آمدنی واس کے خرچ کا

4. رام اور رحیم نے ایک گھنٹے میں بالترتیب 9 کیلو میٹر اور 12 کیلو میٹر کی دوری طے کی ، رام اور رحیم کی رفتار کا نسبت معلوم کیجئے۔

(5) خالی جگہوں کو پھر کیجئے :

$$\frac{15}{18} = \frac{\square}{6} = \frac{10}{\square} = \frac{\square}{30}$$

(کیا یہ مساوی نسبت ہیں)

6. نیچے دیئے ہوئے میں سے ہر ایک کی نسبت معلوم کیجئے۔

(a) 81 کا 108 سے (b) 63 کا 98 سے

(c) 3کیلو میٹر 11 کیلو میٹر سے (d) 30 کا 45 منٹ سے

7. ذیل میں سے ہر ایک کی نسبت معلوم کیجئے۔

(a) 1.5منٹ کا 30 (b) 40 سینٹی میٹر کا 1.15 میٹر سے

(c) 55 پیسے کا 1 روپیہ سے (d) 500 ملی لیٹر کا 2 لیٹر سے

٤. ایک سال میں سیما آمدنی 150,000 روپیہ ہے اور وہ 50,000 کی بچت کرتی ہے اس کی نسبت معلوم کیجئے۔

(a) سیما کی آمدنی اور اس کا بچت کا

(b) سیما کے ذریعہ کی گئی بچت اور اس کے ذریعہ کئے گئے خرچ کا

9. ایک درجہ قلم کی قیمت 180 روپے ہیں اور 8 بال پین کی قیمت 56 روپے ہے۔ قلم کی قیمت کا بال پین کی قیمت سے نسبت معلوم کیجئے۔

10. قول کو دیکھیں : ایک ہال کی چوڑائی اور لمبائی میں نسبت 2:5 ہے ذیل کے جدول کو پورا کیجئے جو کہ ہال کی کچھ ممکنہ چوڑائی اور لمبائی کو دکھاتی ہے۔

ہال کی چوڑائی (میٹر میں)	10	......	40	......
ہال کی لمبائی (میٹر میں)	25	50	......	......

11. شیلا اور سنگیتا کے بیچ 20 قلموں کو 3.2 میں بانٹئے۔

12. باپ کی حالیہ عمر 42 سال اور اس کے بیٹے کی 14 سال ہے۔ نسبت معلوم کیجئے۔

(a) باپ کی حال کی عمر کا بیٹا کی حال کی عمر سے

(b) جب بیٹا 12 سال کا تھا تب باپ کی عمر بیٹا کی عمر سے

(c) 10 سال بعد کی باپ کی عمر کا بیٹا کی عمر سے

(d) باپ کی عمر کا بیٹا کی عمر سے جب باپ 30 سال کا تھا

13. ایک اسکول کے چھٹی جماعت میں کل طلباء کی تعداد 120 ہے اس میں سے 40 طلباء A سیکشن میں اور 35 طلباء B سیکشن میں اور باقی C سیکشن میں پڑھتے ہیں نسبت معلوم کیجئے۔

(i) کل طلباء کا A سیکشن میں پڑھنے والے طلبا کے ساتھ

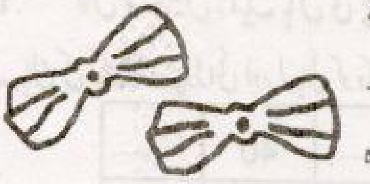
(ii) کل طلباء کا C سیکشن میں پڑھنے والے طلباء کے ساتھ

(iii) B اور A سیکشن کے طلباء کا نسبت۔

(iv) B سیکشن کا کل طلباء کے ساتھ نسبت۔

10.3. تناسب (Proportion)

دو سہیلیاں آشا اور پنکھڑی ہیر کلپ خرید نے بازار گئیں انہوں نے 30 روپیہ میں 20 کلپ خریدے ۔آشا نے 12 روپے دیئے اور پنکھڑی نے 18 روپے دیئے ۔گھر آنے پر آشا نے پنکھڑی سے 10 ہیر کلپ دینے کو کہا۔ لیکن پنکھڑی نے کہا جب میں نے زیادہ روپے دیئے ہیں تو مجھے زیادہ کلپ ملنے چاہئے ۔اس کے مطابق آشا کو 8 اور اسے 12 کلپ ملنے چاہئے ۔



کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ آشا اور پنکھڑی میں کون صحیح ہے ؟ کیوں؟ آشا کے ذریعہ دی گئی قیمت اور پنکھڑیوں کے ذریعہ دی گئی قیمت کی نسبت 18 روپیہ : 12 روپیہ =

3 روپیہ 2 روپیہ =

آشا کے مشورے کے مطابق آشا کے ہیر کلپ کی تعداد اور پنکھڑی کے کلپ کی تعداد کی نسبت 10 :10 = 1:1 پنکھڑی کے مشورہ کے مطابق آشا کے کلپ کی تعداد اور پنکھڑی کے کلپ کی تعداد کی نسبت = 12 : 8 = 3 : 2

مثال : 1

نیلو نے 15 روپے میں 3 قلم خریدے اور پپو نے 50 روپے میں 10 قلم خریدے کس کا قلم قیمتی تھا ؟

حل : نیلو کے ذریعہ خریدے گئے قلم کی تعداد اور پپو کے ذریعہ خریدے گئے قلم کی تعداد کا نسبت

3:10 = ان کی خرید کا نسبت = 50 :15 = 10 : 3

3:10 اور 50 : 15 برابر ہیں ۔اس طرح دونوں نے یکساں قیمت کے قلم خریدے ۔

مثال - 2

رحیم نے 60 روپے میں 2 کلوگرام سیب بیچے اور روشن نے 120 روپے میں 4 کلوگرام سیب فروخت کئے۔ کس نے سیب مہنگے فروخت کئے

سیب کے وزنوں کا نسبت = کلوگرام : 4 کلوگرام 2 = 2: 1:2

قیمتوں کا نسبت = 12 :6 = 120 : 60 = 2 :1

اس طرح سیب کے وزنوں کی نسبت = قیمتوں کا نسبت کیونکہ دونوں نسبت برابر ہیں ۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہ مساوی نسبت میں ہے اور وہ دونوں یکساں قیمتوں پر سیب فروخت کررہے ہیں۔

اگر دونسبت ایک برابر ہیں تو وہ تناسب میں ہیں ۔اور انہیں یکساں کرنے کیلئے '::' علامت نشان کا استعمال کیا جاتا ہے ۔

خود کرکے دیکھئے:

جانچ کیجئے کہ دی گئی نسبتیں یکساں ہیں یعنی متوازی تناسب میں ہیں۔ اگر ہاں تو صحیح طریقہ سے لکھئے:

3:5 اور 9 : 2	(2)	3:15 اور 1:5	(1)
9: 27 اور 12 : 4	(4)	25 : 5 اور 45 : 15	(3)
10 روپیہ کا 15 روپیہ سے اور 4 کا 6 سے			(5)

تناسب میں لئے گئے چاروں اعداد رکن کہلاتے ہیں پہلے اور چوتھے رکن کو انتہائی رکن کہتے ہیں۔ دوسرے اور تیسرے رکن کو وسطی رکن کہتے ہیں ۔

جیسے 4 : 2 : : 70 : 35 میں 2 ,70 ,35 اور 4 رکن ہیں ۔

اس میں سے 35 اور 4 انتہائی رکن ہیں 70 اور 2 وسطی رکن ہیں ۔

سوالنامہ - 10.2

1. کیا ذیل کے اعداد تناسب میں ہیں ؟

(a)	15,45,40,120	(b)	33, 121, 9, 96
(c)	24, 28, 36,48	(d)	32 , 48, 70, 210
(e)	4, 6, 8, 12	(f)	6,8, 12 , 16

2. ذیل میں سے ہر ایک قول کے آگے صحیح یا غلط لکھئے غلط کو صحیح بنائیے

(a)	16: 24 : : 20 :30	(b)	21:6 :: 24 : 27
(c)	12:18 :: 28 :12	(d)	8:9 :: 24 : 27
(e)	5. 2 : 3.9 :: 3:4	(f)	0.9 : 0 .36 ::10:4

3. صحیح قول کے آگے (✓) کانشان لگایئے ۔ غلط کو صحیح بنایئے۔

(a)	روپیہ 75 : روپیہ 15 = فرد 200: فرد 40
(c)	کیلوگرام10 : کیلوگرام 5 = لیٹر 15 :لیٹر 7.5
(e)	روپیہ 20: روپیہ 44 = کیلوگرام 45: کیلوگرام 99
(d)	سکنڈ12: سیکنڈ 6 = میٹر 45 : کیلوگرام 99
(c)	گھنٹے 15 : گھنٹے 12 = کیلومیٹر 60 = کیلومیٹر 45

4. جانچ کیجئے کہ کیا ذیل کی نسبتیں تناسب بتایئے اگر تناسب بنتا ہو تو وسطی رکن اور مکمل قطعہ بھی لکھئے۔

(a)	25 سینٹی میٹر : 1 میٹر اور 40 روپیہ : 160 روپیہ
(c)	39 لیٹر : 65 میٹر ، اور 6 بوتل : 10 بوتل
(e)	2 کیلو گرام :80 کیلو گرام اور25 گرام : 625 گرام
(d)	200 ملی لیٹر : 25 لیٹر ، اور4 روپیہ : 50 روپیہ

5. تناسب کی صفت کا استعمال کرتے ہوئے خالی جگہوں میں بھرے جانے والے عدد معلوم کیجئے۔

(I)	15: 5 :: -----------: 6
(II)	22 : 10 :: 11 : -----------
(III)	-----------: 12 :: 96 : 36
(IV)	19 : 95 :: 5 : --------------
(V)	12 : -------------:: 14 : 21

6. ایک اسکول میں طلبا و طالبات کا تناسب 1 : 2 ہے اب اگر کل طلباء کی تعداد 510 ہیں تو طالبات کی تعداد معلوم کیجئے۔

7. ایک کنبہ کی ماہانہ آمدنی اور خرچ کا تناسب 4 : 6 ہیں۔ اگر کنبہ کی آمدنی 6000 روپیہ ہے تو کنبہ کا ماہانہ خرچ کیا ہوگا ؟

سبق-11

طریقہ وحدانی

دو دوست رمیش اور مہیش سامانوں کی خریداری کرنے بازار گئے۔ رمیش کیلے خریدنے کے لئے دوکان پر گیا۔ اس نے دوکاندار سے کیلے کی قیمت پوچھی۔ دوکاندار نے 8 کیلے کی قیمت 16 روپے بتایا۔ رمیش 3 کیلے خریدنا چاہتا تھا۔ رمیش یہ سوچ میں پڑگیا کہ وہ دوکاندار کو 3 کی کتنی قیمت ادا کرے۔؟

رمیش نے مہیشن سے پوچھا دکاندار کو 3 کیلوں کی کیا قیمت دے۔ مہیش نے کہا ہمیں سب سے پہلے ایک کیلے کی قیمت نکالنا ہوگا۔ جب 8 کیلوں کی قیمت 16 روپیہ تو ایک کیلے کی قیمت ہوگی۔

$$=\frac{16}{8}=2$$ روپیہ

چونکہ رمیش 3 کیلے خریدنا چاہتا تھا۔اس لئے مہیش نے 3 کیلے کی قیمت $3 \times 2 = 6$ روپیہ بتا دیا۔ اور رمیش نے 3 کیلے 6 روپیہ دیکر خرید لیا۔

> اس سوال کے حل میں پہلے سے دی گئی معلومات سے ایک چیز کی قیمت نکالا۔ پر مطلوبہ چیزوں کی قیمت معلوم کیا۔ یعنی ایک اکائی کی قیمت یا چیز کی قیمت نکال کر اور پھر اس قیمت سے جتنی چاہئے اتنی قیمت معلوم کیا۔ اس قاعدہ کو طریقہ وحدانی کہاجاتا ہے۔

آیئے کچھ اور مثالوں کو لیں:

حالت-1 کشور اپنے دوست مہیش کے ساتھ کاپیاں خریدنے بازار جاتا ہے۔ کشور 3 کاپیاں 15 روپیہ میں خریدتا ہے۔ کیا ہم دریافت کرسکتے ہیں کہ کشور نے ایک کاپی کتنے میں خریدی۔

کیا ہم یہ بھی بتا سکتے ہیں کہ 25 روپے میں کتنی کاپیاں خریدی جاسکتی ہیں۔؟

حالت II گجن اپنے یوم پیدائش پر اپنے 15 دوستوں کو کوئی چھوٹا سا تحفہ دینا چاہتی ہے۔ وہ کھلونے کی دوکان پر ایک گاڑی پسند کرتی ہے ۔ اگر 120 روپے میں 4 گاڑیاں ملتی ہیں تو تو گجن کے پاس 15 گاڑیاں خریدنے کے لئے کتنے روپے ہونے چاہیے۔

1: 3 کاپیوں کی قیمت = 15 روپیہ

یعنی 1 کاپی کی قیمت = روپیہ $\frac{15}{3}$

= 5 روپیہ

اس لئے کشور نے ایک کاپی 5 روپیہ میں خریدی

اور 25 روپئے میں خریدی کاپیوں کی تعداد $\frac{25}{5} = 5$ کاپیاں

دوسرا طریقہ

15 روپیہ میں خریدی گئی کاپیوں کی تعداد = 3

یعنی 1 روپیہ میں خریدی گئی کاپیوں کی تعداد = $\frac{3}{15}$ کاپیاں

اس لئے 25 روپے میں خریدی گئی کاپیوں کی تعداد $5 = \frac{3}{15} \times 25$

اس طرح 25 روپے میں 5 کاپیاں خریدی جاسکتی ہیں۔

حالت :ii

4 گاڑیوں کی قیمت = 120 روپیہ

اس لئے 1 گاڑی کی قیمت 4 ÷ روپیہ 120 = 30 روپیہ

تب 15 گاڑیوں کی قیمت = 15 x 30 = 450 روپیہ

مثال 1 - اگر ایک گاڑی یکساں رفتار سے چل کر 240 کیلومیٹر کی دوری 4 گھنٹے میں طے کرتی ہے تو:

(a) اسی رفتار سے 180 کیلومیٹر دوری طے کرنے میں کتنا وقت لگے گا؟

(b) اسی رفتار سے 5 گھنٹے میں گاڑی کتنی دوری طے کریگی؟

حل: (a) پہلی حالت میں دوری معلوم ہے اور وقت نا معلوم ہے۔

(کیونکہ) 240 کیلومیٹر کی دوری طے کرنے میں گاڑی کو لگا وقت = 4 گھنٹے

(اس لئے) کیلومیٹر کی دوری طے کرنے میں گاڑی کو لگا وقت = $\frac{4}{240}$ گھنٹہ

(اسلئے) 180 کیلومیٹر کی دوری طے کرنے میں گاڑی کو لگا وقت۔ گھنٹے = $\frac{4}{240} \times 180 = 3$ گھنٹے

اس طرح 180 کیلومیٹر کی دوری طے کرنے میں گاڑی کو 3 گھنٹے لگیں گے۔

حل:

(b) اس حالت میں دوری نامعلوم ہے اور وقت معلوم ہے۔

4 گھنٹے میں طے کی گئی دوری = 240 کیلومیٹر

1 گھنٹہ میں طے کی گئی دوری = (4 ÷ 240) کیلومیٹر = 60 کیلومیٹر

یعنی 5 گھنٹے میں طے کی گئی دوری 300 = 5 x 60 = کیلومیٹر

اس طرح 5 گھنٹے میں 300 کیلومیٹر کی دوری طے کی گئی۔

مثال 2 :-

اگر کسی مزدور کی 25 دنوں کی آمدنی 1500 روپیہ ہیں۔ اس کے پورے جنوری ماہ میں اس کی آمدنی معلوم کیجئے۔

حل: ہم جانتے ہیں کہ جنوری ماہ میں 31 دن ہوتے ہیں ۔

25 دنوں کی آمدنی 1500 روپیہ ہیں

1 دن کی آمدنی = (1500 ÷ 25) روپے

60 روپے

31 دنوں کی آمدنی = (60x31) روپے

1860 = روپے

اس طرح پورے جنوری ماہ میں مزدور کو 1860 روپے کی آمدنی ہوگی۔

کوشش کیجیے:

1. پانچ ایسے ہی سوال بنائیے اور اس کا حل خود یا دوستوں کی مدد سے کیجیے۔

2. نیچے دی گئی جدول کو دیکھیں ۔ اس جدول کو دیکھ کر ہم یہ بتا سکتے ہیں کہ 5 کیلو گرام آلو کی قیمت 75 روپے ہے یعنی 1 کیلوگرام آلو کی قیمت $= \frac{75}{5} = 15$ روپے

اسی طرح 3 کیلوگرام آلو کی قیمت = 3 x 15 = 45 روپے

اسی طرح آپ دوسری قیمت نکال کر جدول کے خالی جگہوں میں بھریئے۔

پیاز کی قیمت روپے میں	ٹماٹر کی قیمت روپے میں	آلو کی قیمت روپے میں	وزن کیلوگرام میں
160	60	75	5
____	____	15	1
224	36	45	7
			30

سوالنامہ :11

(1) اگر 8 کیلو گرام چینی کی قیمت 240 روپے ہے تو 12 کیلو گرام چینی کی قیمت معلوم کیجئے ؟

(2) کسی آدمی نے ایک کتاب کی تین کاپیاں 75 روپے میں خریدیں بتایئے کہ 300 روپے میں وہ آدمی کتاب کی کتنی کاپیاں خرید سکتا ہے؟

(3) اگر 3 درجن کیلے کی قیمت 45 روپے ہے تو بتایئے کہ 22.50 روپے میں کتنے کیلے خریدے جاسکتے ہیں ؟

(4) اگر ایک ہاسٹل میں 8 بچوں کے لئے چاول کا خرچ 4 کیلو ہے تو 30 بچوں کے لئے کتنا چاول خرچ ہوگا ؟

(5) ایک ہوائی جہاز 5 گھنٹے میں 4000 کیلو میٹر اُڑتا ہے وہ 3 گھنٹے میں کتنا اڑے گا ؟

(6) اگر 22 میٹر کپڑے کی قیمت 704 روپے ہے تو 20 میٹر کپڑے کی قیمت کیا ہوگی؟

(7) ایک گاڑی 3 گھنٹے میں 165 کیلو میٹر چلتی ہے تو وہ گاڑی:۔

(i) 440 کیلو میٹر کی دوری کتنے وقت میں طے کرے گی

(ii) $6\frac{1}{2}$ گھنٹے میں کتنی دوری طے کرے گی ۔؟

(8) ایک عورت کے 15 مہینے کی بچت 18000 روپیہ ہے تو

(a) اس کی 7 مہینے کی بچت کیا ہوگی ؟

(b) کتنے مہینے میں اس کی بچت 30,000 روپے ہوگی ؟

(9) ریشما 4 مہینے کا مکان کرایہ 5600 روپے دیتی ہے۔ اسے سال بھر کا کرایہ یکساں رہے تو اسے پورے سال کا کرایہ کتنا دینا ہوگا ؟

(10) پچھلے 30 دن میں درجہ حرارت 15 سلسیس بڑھا ہے ۔ اگر درجہ حرارت کا اضافہ اسی رفتار سے جاری رہے تو اگلے 10 دن میں درجہ حرارت کتنا ڈگری اور بڑھے گا۔

(11) رامو نے 5 اوور میں 45 رن بنائے اور انوپ نے 7 اوور میں 42 رن بنائے تو ایک اوور میں کس نے زیادہ رن بنائے ؟

سبق : 12

الجبرا

12.1 تمہید:۔

ابھی تک ہم نے اعداد کی مدد لیکر روزمرہ کے مختلف مسائل کو حل کرنے کی کوشش کی ہے۔ ریاضی کی وہ شاخ جس میں ہم نے اعداد کا مطالعہ کیا علم ہندسہ (Arithmetic) کہلاتا ہے۔ ریاضی کی وہ شاخ جس میں ہم شکل و شباہت یا شکل (ہیئت) کا مطالعہ کرتے ہیں (Geometry) علم اقلیدس کہلاتا ہے۔ اب ہم ریاضی کی دیگر شاخ کا مطالعہ کرنے جارہے ہیں جو الجبرا کہلاتا ہے۔

اس نئی شاخ کی خاص بات یہ ہے کہ اس میں حروف کا استعمال کرکے ہم اصولوں اور فارمولوں (Formuloe) کو وسیع شکل میں لکھ پانے کے قابل ہو جائینگے۔ حروف کے اس استعمال سے ہم صرف ایک خاص عدد کی ہی بات نہ کرکے کسی بھی عدد کی بات کر سکتے ہیں۔ دوسری بات یہ ہے کی حروف نا معلوم اعداد کے مقام پر بھی کئے جا سکتے ہیں۔ نا معلوم اعداد (uknowns) کو متعین کرنے کے طریقوں کو سیکھ کر ہم روز مرّہ کی زندگی سے متعلق مختلف مسائل کو حل کرنے کے موثر ذرائع حاصل کر سکتے ہیں۔

تیسری بات یہ ہے کی یہ حروف اعداد کے مقام پر استعمال کئے جاتے ہیں۔

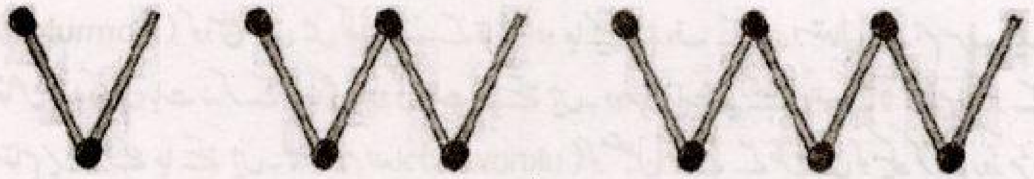
اس لئے ان کے ساتھ اعداد کی طرح اعمال بھی کئے جا سکتے ہیں۔ اس سے ہم الجبرائی عبارتوں Algebric Expression اور ان کے خاصیتوں کے مطالعہ کی طرف پیش قدمی کرتے ہیں۔

بھاسکر آچاریہ کی کتاب میں ایک باب الجبرا پر ہے۔ بھاسکر نے نامعلوم اعداد کے لئے 'یاوت' 'ورن' وغیرہ نام دیئے اور انہیں ظاہر کرنے کے لئے رنگوں کے ناموں کے پہلے حروف کا استعمال کیا۔ جیسے کالا سے 'کا' نیلا سے 'نی' وغیرہ۔ انہوں نے الجبرا کے میدان برہم گپت کے کاموں کو آگے بڑھاتے ہوئے مساوات کو حل کرنے کیلئے چکروال کا طریقہ تلاش کیا

آئے اپنے مطالعہ سے آسان مثالوں کے ذریعہ شروع کر کے یہ دیکھتے ہیں کی الجبرا کیسے مسائل کو حل کرنے میں کس طرح فائدہ مند رہتا ہے۔

12.2 ماچس کی تیلیوں سے بنے خاکے

رام اور شیام ماچس کی تیلیوں سے خاکے یا میزان (Pattern) بنا نا چاہتے ہیں۔ انہوں نے انگریزی حروف تہجی کے آسان خاکے بنانے کا فیصلہ کیا۔ رحیم دو تلیاں لیکر حرف V بناتا ہے۔ جیسا کی بناوٹ (a) میں دکھایا گیا ہے۔ پھر شیام بھی دو تلیاں لیتا ہے اور دوسرا V بنا کر رام کے ذریعہ بنائے گئے V کے آگے رکھ دیتا ہے جیسا کی بناوٹ (b) میں دکھایا گیا ہے۔



(a) (b) (c)

بناوٹ - ۱

پھر شیام ایک اور V بنا کر آگے رکھ دیتا ہے اور یہ سلسلہ آگے جاری رہتا ہے۔ جیسا کہ بناوٹ (c) میں دکھایا گیا ہے۔

تبھی سلمیٰ وہاں آجاتا ہے۔ وہ اس خاکے کو دیکھتی ہے۔ سلمیٰ ان دونوں سے پوچھتی ہے کہ آٹھ

V بنانے کے لئے کتنی تیلیوں کی ضرورت ہوگی ؟ رام اور شیام منظم طریقہ سے کام کرتے ہیں وے ,1V ,2V, 3V وغیرہ سے خاکے بناتے رہتے ہیں اور ایک جدول بناتے ہیں۔

جدول-1

بنائے گئے V کی تعداد	1	2	3	4	5	6	7	8	-	-
ضروری تیلیوں کی تعداد	2	4	6	8	10	12	14	16	-	-

سلمی کو جدول۔1 سے اپنا جواب حاصل ہو جاتا ہے۔ آٹھ V بنانے کے لئے 16 تیلیوں کی ضرورت ہوگی۔

جدول بناتے وقت یہ تجربہ کرتا ہے کی ضروری تیلیوں کی تعداد بنائے گئے V کی تعداد کی دوگئی ہے یا ضروری تیلیوں کی تعداد V x 2 کی تعداد ۔ ہم آسانی کے لئے V کی تعداد کیلئے n لکھ سکتے ہیں۔

اگر ایک V بنایا جاتا ہے تو 1 = n ہے

اگر دو 2V بنایا جاتا ہے تو 2 = n ہے وغیرہ

اسی طرح n کوئی طبعی اعداد ..... ,5 ,4 ,3 ,2 ,1 وغیرہ ہوسکتی ہیں ۔

یعنی ہم لکھتے ہیں۔ ضروری تیلیوں کی تعداد = 2 x n

2 x n = لکھنے کے مقام پر ہم اسے 2n لکھتے ہیں دھیاد دیجئے 2n اور 2 x n ایک ہی ہے۔

شیام اپنے دوستوں سے کہتا ہے کی اسکا یہ طریقہ کسی بھی عدد میں V بنانے کے لئے ضروری تیلیوں کی تعداد بتا سکتا ہے۔

اسطرح 1 = n کے لئے ضروری تیلیوں کی تعداد : = 1 x 2 = 2

2 = n کے لئے ضروری تیلیوں کی تعداد : = 2 x 2 = 4

3 = n کے لئے ضروری تیلیوں کی تعداد : = 3 x 2 =6 وغیرہ

رام کہتا ہے یہ قاعدہ بہت کارگر ہے۔ اس طریقہ کا استعمال کرکے میں 100 V بنانے میں ضروری

تیلیوں کی تعداد بھی بتا سکتا ہوں ۔ ایک بار قاعدہ معلوم ہو جائے تو مجھے خاکہ کھینچنے یا جدول بنانے کی ضرورت نہیں ہوگی۔

کیا آپ رام کے قول سے متفق ہیں؟

12.3 متغیر:(Variable)

اوپر کے مثالوں میں ہم نے V کے ایک شکل بنانے میں ضروری تیلیوں کی تعداد معلوم کرنے کے لئے ایک قاعدہ معلوم کیا تھا۔ یہ قاعدہ تھا۔

ضروری تیلیوں کی تعداد = 2 n

یہاں V, n کی شکل کی تعداد ہے اور n کے قیمت ..... 1, 2, 3, 4 ہو سکتے ہیں۔

آیئے جدول ۔1 کو پھر دیکھتے ہیں جب n کی قیمت بڑھتی ہے تو اسکے موافق ضروری تیلیوں کی تعداد بھی بڑھتی جاتی ہے۔

Variable)n) متغیر کی ایک مثال ہے۔ اسکی قیمت طئے (Fixed) نہیں ہے یہ کوئی بھی قیمت... 1, 2, 3, 4 ہوسکتا ہے۔ ہم نے ضروری تیلیوں کی تعداد کے لئے متغیر n کا استعمال کر کے قاعدہ لکھا۔

متغیر لفظ کا مطلب ہے بدلنے والا یا جس کی قیمت طئے نہیں ہے ۔ یہ مختلف قیمت لے سکتا ہے ۔ ہم نے تغیر کو ظاہر کرنے کے لئے n کا استعمال کیا۔ رمیش پوچھتا ہے m کیوں نہیں؟ سرینا نے کہا n میں کوئی خاص بات نہیں ہے۔ کسی بھی حرف کو استعمال کیا جا سکتا ہے۔

اس طرح ایک متغیر کو ظاہر کرنے کے لئے ہندی انگریزی حروف تہجی کے کسی بھی لفظ جیسے ا، ب ، س ، د، یا ، ک، خ ،گ ، گھ ، یا a, b, c, یا p.q.r یا x , y, z وغیرہ کا استعمال کیا جا سکتا ہے۔ انھی حروف کو ہم متغیر عدد یا الجبرائی رکن (Algebria ferm) بھی کہتے ہیں۔

مثال : 1

بازار کے ایک جنرل اسٹور سے پروین، کشور اور منی ٹافی کا ایک ایک پیکٹ خرید کر اپنے دوست روی کے یوم پیدائش پر بطور تحفہ صورت میں دینا چاہتے ہیں۔ ٹافی کے ہر پیکٹ میں 20 ٹافیاں ہیں۔ لیکن ٹافیا الگ الگ قسم کی ہیں کیسے پتہ کریں کہ کون سی ٹافی وہ خرید سکتے ہیں؟۔ ہم پتہ کرسکتے ہیں کی ٹافی کا پیکٹ خریدنے کے لئے کتنے رقم کی ضرورت ہوگی۔؟

اگر ٹافی کی قیمت 1 روپے ہے تو پیکٹ کی قیمت 1 x 20 = 20 روپے ہوں گے۔

اگر ٹافی کی قیمت 2 روپے ہے تو پیکٹ کی قیمت 2 x 20 = 40 روپے ہوگا

ہم سب مل کر ایک جدول بناتے ہیں۔

جدول۔2

ٹافی کی قیمت روپیوں میں	1	2	3	-	x	y	......
پیکٹ کی قیمت روپے میں	20	40	60	-	20x	20y	......

ٹافی کی قیمت x یا y روپے کی شرح سے ہوتو پورے پیکٹ کی قیمت روپے میں

(جب ایک ٹافی کی قیمت x روپے ہو) 20 x=

(جب ایک ٹافی کی قیمت y روپے ہو) 20y=

ان کے پاس کتنا روپیہ ہے، اس کی بنیاد پر طئے کرسکتے ہیں کہ کون سی ٹافی لیں x روپیہ فی ٹافی یا y روپیہ فی ٹافی یا کوئی دیگر

اوپر کی مثال میں ایک متغیر کو ایک عدد سے ضرب کیا گیا ہے لیکن حالت ایسی بھی ہوسکتی ہے جہاں تعداد کو متغیر میں جوڑ یا متغیر میں سے گھٹایا جائے۔ اسکے لئے دوسرا مثال لیں۔

مثال:2

راکیش مکیش سے 5 سال بڑا ہے اگر مکیش کی عمر 10 سال ہے تو راکیش کی عمر 15 سال ہوگی اس طرح مکیش کی عمر کچھ بھی ہو، راکیش کی عمر اس سے 5 سال زیادہ ہوگی ۔

ہم راکیش کی عمر کو X سے ظاہر کریں گے۔ یہاں X ایک متغیر ہے جو قیمت 4 ,3 ,2 ,1 ..... لے سکتا ہے۔ X کا استعمال کر ہم لکھ سکتے ہیں کہ راکیش کی عمر $x + 5 = x$ ہے۔ $(x + 5)$ کو n (plus) 5 پڑھا جاتا ہے۔

الجبرائی عبارت $(X + 5)$ کو اور زیادہ آسان نہیں کیا جا سکتا ہے۔ $(X + 5)$ کو $5X$ نہیں کیا جاسکتا ہے۔ دونوں الگ الگ ہیں۔ $5X$ میں X کو 5 سے ضرب کیا گیا ہے $(X + 5)$ میں 5 کو X میں جوڑا گیا ہے۔ آؤ ہم اسکی جانچ X کے کچھ قیمت لے کر کرتے ہیں۔

سوالات - 12.1

1. تیلیوں سے ذیل شکل بنانے کیلئے ضروری تیلیوں کی تعداد تیلیوں کی تعداد کیلئے طریقہ معلوم کیجئے۔ قاعدہ لکھنے کے لئے متغیر کا استعمال کریں۔

(a) حرف U کا ⊔ کی صورت میں تیلیوں سے مشابہ

(b) حرف Z کا Z کی صورت میں تیلیوں سے مشابہ

(c) حرف B کا B کی صورت میں تیلیوں کا خاکہ

(d) حرف S کا S کی صورت میں تیلیوں کا خاکہ

(e) حرف A کا A کے صورت میں تیلیوں کا خاکہ

2. یوم جمہوریہ کے موقع پر بچے اجتمائی ڈریل کا مظاہرہ کررہے ہیں۔
ایک قطار میں 10 بچے ہیں۔ اگر قطاروں کی تعداد معلوم ہو تو بچّوں کی تعداد حاصل کرنے کے لئے کیا قاعدہ ہے؟ قطاروں کی تعداد کے لئے متغیر کا استعمال کیجئے۔)

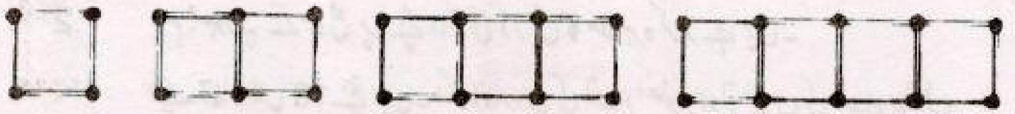
3. ایک ٹوکری میں 60 کیلے ہیں آپ ٹوکریوں کی تعداد کے فقروں میں کیلے کی کل تعداد کو کس طرح لکھیں گے۔(ٹوکریوں کی تعداد کے لئے ......b...... کا استعمال کیجئے)

4. رانی اپنی جماعت کے ہر ایک طالب علم کو یوم پیدائش کے موقع پر 2 ٹافیاں بانٹتی ہے۔
طلب علموں کی تعداد معلوم ہونے پر کیا آپ کل ٹافیوں کی تعداد کے لئے فارمولا بتا سکتے ہیں۔ (طالب علموں کی تعداد کے لئے m کا استعمال کیجئے۔)

5. سیما، گڑیا کی بڑی بہن ہے۔ سیما گڑیا سے 5 سال بڑی ہے۔
(a) سیما کی عمر گڑیا کی عمر کے فقروں میں
(b) جب گڑیا کی عمر x سال ہے تو سیما کی عمر بتایئے۔

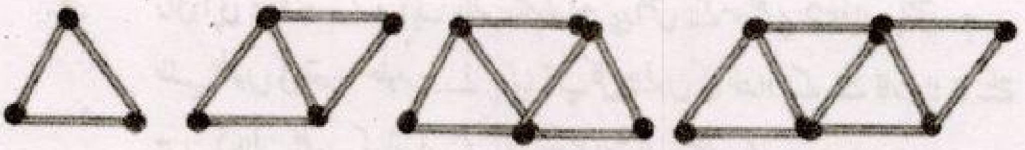
6. امرود کی بڑی ٹوکریوں میں سے چھوٹی ٹوکریوں میں امرود کو رکھا جاتا ہے۔ جب ایک بڑی ٹوکری کو خالی کیا جاتا ہے تو اسکے امرودوں سے 3 چھوٹی ٹوکریاں بھر جاتی ہیں اور پھر بھی 25 امرود باقی رہ جاتے ہیں۔ اگر ایک چھوٹی ٹوکری میں امرودوں کی تعداد کو X لیا جائے تو بڑی ٹوکری میں امرودوں کی تعداد کیا ہے۔

7 (a) نیچے تیلیوں سے بنے مشابہ کا ایک سلسلہ مربعوں (شکل -2) کو دیکھئے یہ مربعے الگ الگ نہیں ہے۔ دو منسلک مربعوں میں ایک تلی مشترک ہیں۔ اس مشابہت کو دیکھئے اور قاعدہ معلوم کیجئے۔ جو مربعوں کی تعداد کے فقروں میں ضروری تیلیوں کی تعداد دیتا ہے۔



(a) (b) (c) (d)

(b) تیلیوں سے بنامشابہ مثلثوں کا ایک سلسلہ (شکل ۔ 3) ظاہر کر رہا ہے ۔اصول معلوم کیجیے۔ جو مثلثوں کے فقروں میں ضروری تیلیوں کی تعداد دیتا ہے۔



شکل -3

12.4- عام قاعدوں میں متغیر کا استعمال۔

آیئے اب ہم سب دیکھیں کی حساب کی دوسری شاخ سے متعلق کچھ ایسے عام قاعدہ جنہیں ہم پہلے ہی پڑھ چکے ہیں۔ کس طرح متغیر کا استعمال کرتے ہوئے واضح کیے جا سکتے ہیں۔

12.4.1 : علم ہندسہ کا قاعدہ

1. دو اعداد کے جوڑ کی ترتیب

ہم جانتے ہیں کہ $8 = 3 + 5$ اور $8 = 5 + 3$ ہے۔

$$3 + 5 = 5 + 3$$

جیسا کہ ہم مکمل اعداد کے باب میں دیکھ چکے ہیں کسی بھی دو مکمل اعداد کیلئے یہ صحیح ہے۔ اعداد کی یہ صفت اعداد کے جوڑ کا ترتیب تبادلہ (Commutativity) کہلاتا ہے۔ ترتیب تبادلہ کا مطلب ہے ۔ ترتیب بدلنا جوڑ میں اعداد کی ترتیب کو بدلنے سے ان کے جوڑ میں کوئی بدلاؤ نہیں آتا ہے ۔متغیر کا استعمال،

اس صفت کو ایک مختصر شکل میں ظاہر کرتا ہے۔ مان لیجئے a اور b دو متغیر (Variab leand) ہیں جو کسی بھی عدد کی قیمت لے سکتے ہیں۔

تب a+b=b+a ہوتا ہے۔

ایک بار جب ہم اس ضابطہ کو اس شکل میں لکھ لیتے ہیں تو اس میں سبھی خاص حالتیں شامل ہوجا تی ہیں اگر a = 3 اور b = 6 ہے تو ہمیں 3+6=6+3 حاصل ہوتا ہے۔ اگر a = 7 اور b = 5 ہے تو ہمیں 7+5=5+7 حاصل ہوتا ہے۔ وغیرہ

2. دو اعداد کا ضربی ترتیب تبادلہ

ہم مکمل اعداد کے باب میں پڑھ چکے ہیں کہ دو مکمل اعداد کے ضرب میں جن دو اعداد کا ضرب کیا جاتا ہے تو ان کی ترتیب کو الٹنے سے حاصل ضرب پر کوئی اثر نہیں پڑتا ہے۔

مثال کے طور پر 30 = 5 x 6 اور 30 = 6 x 5 ہے

یعنی 5 x 6 = 6 x 5 ہے

اعداد کی یہ صفت اعداد کے ضرب کا ترتیب تبادلہ کہلاتا ہے۔ ضرب میں ترتیب کو بدلنے پر حاصل ضرب میں کوئی تبدیلی نہیں آتا ہے۔ جوڑ کی طرح متغیر a اور b کا استعمال کرکے ہم دو اعداد کے ضرب کے ترتیب تبادلہ کو a x b = b x a کی شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں۔ دھیان دیجئے کہ یہاں a اور b کسی بھی عدد کی قیمت لے سکتا ہے۔ اس عام اصول کے ذریعہ سبھی خاص حالتیں جیسے :

3 x 5 = 5 x 3 یا 7 x 5 = 5 x 7

وغیرہ حاصل ہو جاتے ہیں۔

3. اعداد کا بٹن

ہم جانتے ہیں

$$5 \times 48 = 5 \times (40 + 8)$$
$$= 5 \times 40 + 5 \times 8$$
$$= 200 + 40 = 240$$
$$5 \times (40 + 8) = (5 \times 40) + (5 \times 8)$$

یعنی ضرب کو 40 اور 8 کے جوڑ پر تقسیم (Distribute) کیا جا سکتا ہے ۔ یہ 5,40 اور 8 ہی نہیں کسی بھی 3 اعداد کیلیئے صحیح ہے۔ یہ صفت اعداد کے جوڑ پر ضرب کی تقسیم (Distributivity of Multi plication over addition of number) یا بٹن اصول کہلاتے ہے ۔ہم متغیر کا استعمال کر کے اعداد کے اس صفت کو بھی عام ضابطہ کی صورت میں لکھ سکتے ہیں۔

مان لیجئے کہ a, b اور c کوئی تین متغیر ہیں ان میں سے ہر ایک کسی بھی عدد کی قیمت حاصل کر سکتا ہے تب ax(b+c)=axb+(axc) ہوتا ہے۔ اعداد کے صفت خاصے دلچسپ ہوتے ہیں۔ متغیر کا استعمال ہمیں ان صفتوں کو وسیع اور مختصر صورت میں ظاہر کرنے کے قابل بناتا ہے۔

اعداد کے ایسے ہی کچھ اور صفت معلوم کیجئے اور انہیں تغیر پذیر کا استعمال کرتے ہوئے وسیع صورت میں ظاہر کیجئے۔

12.3.2 علم المساحت (رقبہ) کے فارمولے

ہم علم المساحت (Mensuration) کے باب میں مربع کے احاطہ اور مستطیل کے احاطہ کے بارے میں پہلے ہی پڑھ چکے ہیں۔ اب انہیں ایک فارمولہ کی شکل میں لکھنے کیلیئے واپس چلتے ہیں۔

مربع کا احاطہ: ہم یہ جانتے ہیں کہ ایک کثیر الاضلاع (3 یا زیادہ خط مستقیم سے بنی بند شکل) کا احاطہ (perimeter) اس کے اضلاع کی لمبائیوں کا جوڑ ہوتا ہے ۔ مربع میں چار اضلاع ہوتے ہیں اور

ہر ایک کی لمبائی برابر ہوتی ہے۔(شکل-4)

مربع کے اضلاع کی لمبائی کا جوڑ =

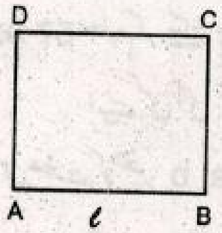
$= \ell + \ell + \ell + \ell$

$= 4\ell$

اس طرح ہم مربع کے احاطہ کا ایک فارمولہ حاصل کرتے ہیں۔ تغیر پذیر ℓ کا استعمال کر کے ہم ایک عام قاعدہ لکھ پاتے ہیں۔

2 مستطیل کا احاطہ:

ہم جانتے ہیں کہ ایک مستطیل کے چار اضلاع ہوتے ہیں۔ مثال کیلئے مستطیل ABCD کے چار اضلاع AB, BC, CD اور DA ہے۔



ایک مستطیل کے سامنے کے اضلاع ہمیشہ برابر ہوتے ہیں۔ اس لئے آیئے مستطیل ABCD کی اضلع AB اور CD کی لمبائی کو ℓ سے ظاہر کریں اور اضلاع AD اور BC کی لمبائی کو b سے ظاہر کرتے ہیں۔

یعنی مستطیل کا احاطہ =AB کی لمبائی + BC کی لمبائی + CD کی لمبائی + AD کی لمبائی

$= \ell + b + \ell + b$

$= (\ell + \ell) + (b + b)$

$= 2\ell + 2b$

مستطیل کا احاطہ $2\ell + 2b$ جہاں ℓ اور b بالترتیب مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی ہے۔

$b = \ell$ ہونے پر کیا ہوگا؟ اگر مستطیل کے احاطہ کو تغیر پذیر P سے ظاہر کریں تو مستطیل کے احاطہ ہوگا۔

$$p = 2\ell + 2b = 2\ell + 2\ell = 4\ell$$

جو کہ مربع کا احاطہ ہے۔

سوالنامہ - 12.2

1 اصول معاونت (Associative)

1. تین اعداد 15,28 اور 14 کے جوڑ پر غور کیجئے۔ ہم یہ جوڑ دو طرح سے حاصل کر سکتے ہیں۔

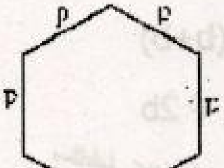
(a) ہم پہلے 15 اور 28 کو جوڑ کر 43 حاصل کر سکتے ہیں اور 43 میں 14 جوڑ کر کل جوڑ حاصل 57 معلوم کر سکتے ہیں۔ یا

(b) ہم پہلے 28 اور 14 کو جوڑ کر 42 حاصل کر سکتے ہیں۔ اور پھر اسے 15 میں جوڑ کر کل جوڑ 57 معلوم کر سکتے ہیں اس طرح 14 + (28 + 15) 15 ہوا۔(14 + 28) + 15 =

ایسے کسی بھی تین اعداد کیلئے کیا جا سکتا ہے۔ یہ صفت اعداد کے جوڑ کا معاونت کا صفت کہلاتا ہے۔ اس صفت کو متغیر a, b اور c کا استعمال کرتے ہوئے ایک وسیع صورت میں ظاہر کیجئے۔

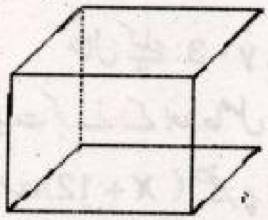
2. مثلث متساوی الاضلاع کا ایک ضلع کو K سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اس مثلث متساوی الاضلاع کے احاطہ کو K کا استعمال کرتے ہوئے ظاہر کیجئے۔

3. ایک منظم سدس (Regular hexagon) شکل ۔ 6 کا ایک ضلع کو p سے ظاہر کیا گیا ہے۔ p کا استعمال کرتے ہوئے اس منظم سدس کے احاطہ کو معلوم کیجئے۔



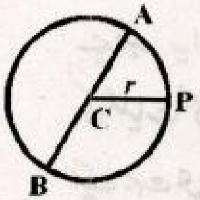
شکل-6

اشارہ : ایک منظم سدس کے سبھی اضلاع کے برابر ہوتے ہیں اور سبھی زاویہ برابر ہوتے ہیں۔



4. مکعب (cube) ایک سہ سمتی (Three dimensional) شکل جیسا ہے۔ کہ(شکل -7) میں دیکھا یا گیا۔ اس کے 6 سطح ہوتے ہیں اور یہ سبھی مماثل (identical) مربع ہوتے ہیں۔ مکعب کے ایک کنارے کی لمبائی l سے دی جاتی ہے۔

مکعب کے کناروں کی کل لمبائی کیلئے ایک فارمولا معلوم کیجئے۔



5. دائرہ کا قطر جو دائرہ پر واقع دو نقطوں کو جوڑتا ہے اور اس کے مرکز سے ہوکر جاتا ہے۔ دائرہ کا نصف قطر r اس پر واقعہ کسی نقطہ p کو مرکز c سے جوڑنے والے قطعہ خط کی لمبائی ہے۔ منسلک شکل 8 میں AB دائرہ کا قطر ہے اور C اس کا مرکز ہے۔ دائرہ کا قطر d کو r کے فقروں میں ظاہر کیجئے۔

12.6 متغیر کے ساتھ عبارتیں

آیئے ہم کچھ ریاضیاتی عبارتوں (expressions) کا مثال لیں:

2 x 10 + 3 ,	- 4 x 3 - 5
8 - 5 + 2 ,	14 - (5 - 2)
3 x 6 - 5 ,	5 x 7 - 3 x 4

یہ مندرجہ عبارتیں 8 ,7 ,6 ,5 ,4 ,3 ,2 وغیرہ جیسے اعداد سے بنتے ہیں۔
ایسی عبارتوں کو بنانے کیلئے چاروں اعمال، گھٹاؤ، ضرب، تقسیم کا استعمال کیا جاتا ہے

عبارتوں کو متغیر کا استعمال کر کے بھی حاصل کیا جا سکتا ہے۔

مثال کیلئے : 3 - y , 4 + 2n, x وغیرہ متغیر والی عبارتیں ۔ متغیر پر جوڑ ضرب ، گھٹاؤ اور تقسیم کی عملیات کرنے کے بعد حاصل ہوتے ہیں۔ مثال کے طور پر n متغیر n کو 2 سے ضرب کرنے پر بنتا ہے۔ علامت(X + 12) متغیر پر x میں 12 جوڑنے پر بنتا ہے وغیرہ۔

ہم جان چکے ہیں کہ متغیر قیمت لے سکتے ہیں ان کی کوئی طئے قیمت نہیں ہوتی ہے جبکہ یہ اعداد ہیں ۔ اسی وجہ سے اعداد کی ہی طرح ان پر جوڑ ،گھٹاؤ ،ضرب اور تقسیم کی عملیات بھی کی جا سکتی ہے۔

ایک بہت ہی خاص بات دھیان دینے لائق ہے کہ ہندوسوں والی عبارت جیسے جیسے (6 + 4 X 5) کی قیمت نکالی جا سکتی ہے۔

مثال کے طور پر $5 \times 4 + 6 = 20 + 6 = 26$

لیکن (6 + 5x) جیسی عبارت جس میں ایک متغیر x آ رہا ہے ۔ کی قیمت نکالنا ممکن نہیں ہے ۔ اگر متغیر x کی قیمت دی ہو، صرف تبھی عبارت کی قیمت نکالی جا سکتی ہے۔ مثال کے طور پر جب x= 4 ہے تو

$5x + 6 = 5 \times 4 + 6 = 26$ ہیں۔ جو پہلے بھی حاصل ہوا تھا۔

نیچے ہم دیکھیں گے کہ عبارت کیسے بنائے جاتے ہیں : ۔

کیسے بنایا گیا	علامت
x میں 5 جوڑنے پر	(a) x + 5
y میں 4 گھٹانے پر	(b) y - 4

m کو 5 سے تقسیم کرنے پر (d) $\frac{m}{5}$

پہلے x میں 2 سے ضرب کرکے حاصل ضرب میں سے 4 گھٹانے پر

(e) 2 x - 4

اسی طرح کے دس دوسری آسان عبارتیں لکھیے اور بتایئے کہ وہ کس طرح بنائے گئے ہیں۔ ہمیں عبارت کوتب ہی بنانا چاہئے جب یہ اشارے دیئے جائیں کہ اسے کیسے بنانا ہے۔ حسب ذیل مثالوں کو دیکھئے۔

(a) y میں 7 جوڑنے پر ملا عدد $y + 7$

(b) 10 میں X گھٹانے پر ملا عدد $10 - x$

(c) y کا 5 گنا عدد $5y =$

(d) X میں 8 سے تقسیم دینے پر ملا عدد $\frac{x}{8}$

(e) m کا 5- سے ضرب کرنے پر ملا عدد $-5m$

(f) y میں 10 سے ضرب اور پھر حاصل ضرب میں 7 جوڑنا $10y + 7$

ایسے ہی دس اور طریقے لکھئے اور ان سے بنی عبارت لکھئے

سوالنامہ- 12.3

1. آپ تین اعداد 10,7 اور 12 سے اعداد والے (متغیر نہیں) جتنی عبارت بنا سکتے ہیں بنایئے۔ ایک عدد کا ایک سے زیادہ بار استعمال نہیں کیا جانا چاہیے۔ صرف جوڑ، گھٹاؤ اور ضرب عملیات کا ہی استعمال کریں۔

مثال کے طور پر (12 - 7 + 10)

2. مندرجہ ذیل میں سے کون صرف اعداد والے عبارت ہیں۔

(a) x + 5 (d) 7y

(b) 10 x 9- 7 (e) 9- 9z

(c) 5 x 4 - zy (f) 5 x 17 - 4 x 16 + 3

3. ذیل علامتوں کو بنانے میں استعمال عملیات (جوڑ، گھٹاؤ ضرب، تقسیم) دیکھئے اور بتایئے کہ یہ علامت کس طرح بنائے گئے ہیں۔؟

4. مندرجہ ذیل حالتوں کیلئے علامت دیجئے:

(a) a میں 5 جوڑنا

(b) a میں 5 گھٹانا

(c) a کو 5 سے ضرب کرنا

(d) a کو 5 سے تقسیم دینا

(e) -m میں سے 7 گھٹانا

(f) -m کو 7 ضرب کرنا

(g) -m کو 7 سے تقسیم دینا

(h) m کو 5 - سے ضرب کرنا

5. مندرجہ ذیل حالتوں کیلئے علامت دیجئے۔

(a) m کے 7 سے ضرب میں 6 جوڑنا

(b) a 2 میں 13 جوڑنا

(c) n کا 5- سے ضرب کرنا

(d) n کو 5- سے ضرب کرکے جواب میں 10 جوڑنا

(a) n + 9 (b) n- 9 (c) By (d) Y

(e) 2y + 15 (f) 2y-15 (g) 7p

(l) - 7p + 2 (l) - 7p - 3

(e) n کو 5 سے ضرب کرکے جواب میں 15 گھٹانا

(f) y کو 5- سے ضرب کرکے جواب کو 18 میں جوڑنا

6 : (a) k اور 9 کا استعمال کرکے الگ الگ عبارت بنائیے۔ ہر ایک عبارت میں دونوں ایک ایک بار استعمال ہونا چاہیے۔

(b) m،5 اور 7 کا استعمال کرکے عبارت بنائیے۔ ہر ایک عبارت میں m ضرور ہونا چاہیے۔ ہر عبارت میں صرف دو الگ الگ عملیات کا استعمال کریں۔

12 . 5 : عملی شکل میں عبارت کا استعمال:

ہماری زندگی میں کوئی ایسی صورتحال آتی ہے جہاں عبارتوں کا استعمال کرنا ضروی ہے۔ آیئے ، ایسی حالتوں کو جاننے کی کوشش کریں۔

نمبر شمار	حالتوں میں بیان عام زبان میں بیان	متغیر	علامتوں کا استعمال ہوئے قول
1	سونو کی عمر مونو سے 5 سال زیادہ ہے۔	مان لیجئے مونو کی عمر x سال ہے	سونو کی عمر (x-5) سال ہے
2	گڑیا سیما سے 3 سال چھوٹی ہے	مان لیجئے سیما کی عمر x سال ہے	گڑیا کی عمر (x-3) سال ہے

3	راکیش کے والد کی عمر راکیش کی عمر کے دوگنے سے 10 سال زیادہ ہے	مان لیجئے راکیش کی عمر x سال ہے	راکیش کے والد کی عمر (2x+10) سال ہے۔
4	ویکاس کی عمر منوج کی عمر کی عمر تین گونی ہے	مان لیجئے منوج کی عمر x سال ہے	ویکاس کی عمر 3x سال ہے
5	آج سے 7 سال پہلے رادھا کی عمر کیا تھی؟	مان لیجئے رادھا کی فی الوقت عمر y سال ہے	آج سے 7 سال پہلے رادھا کی عمر (y-7) سال تھی۔
6	آج فی لیٹر تیل کی قیمت فی کیلوگرام چاول کے قیمت کا چار گنا ہے۔	مان لیجئے چاول کا فی کیلوگرام قیمت p روپئے ہے۔	فی لیٹر تیل کا قیمت 4p روپئے ہے۔
7	چاول کا فی کیلوگرام قیمت گیہوں کا فی کیلوگرام قیمت سے 2 روپئے زیادہ ہے	مان لیجئے فی کیلوگرام گیہوں کی قیمت p روپئے ہے۔	چاو کا فی کیلوگرام قیمت (P+2) روپئے ہے۔
8	ایک کار کی رفتار اسی سڑک پر جاتے ہوئے ایک بس کی رفتار سے 20 کیلو میٹر / گھنٹہ زیادہ ہے	مان لیجئے بس کی رفتار x کیلو میٹر / گھنٹہ ہے	کار کی رفتار (x + 20) کیلو میٹر / گھنٹہ ہے۔

ایسے ہی کچھ دوسرے حالتوں کو معلوم کرنے کی کوشش کیجئے۔ آپ تجربہ کریں گے کہ عام زبان میں ایسے کئی قول آپ کو دیکھنے کو ملیں گے جن کو آپ متغیر کا استعمال کرتے ہوئے عبارتوں میں بدل سکتے ہیں۔

سوالات 12.4

1. مندرجہ ذیل سوالات کا جواب دیجیے

(a) سوشیلا کی فی الوقت عمر x سال لیجیے

(i) بتایئے 5 سال پہلے اس کی عمر کتنی تھی؟

(ii) بتایئے 4 سال بعد اس کی عمر کیا ہو جائیگی؟

(iii) منیش کے دادا جی کی عمر شیلا کی عمر کی 7 گنی ہے۔ اس کے دادا جی کی عمر کیا ہے؟

(iv) سوشیلا کی بڑی بہن کی عمر سوشیلا کی عمر کی دوگنا سے 3 سال کم ہے۔ اس کی بڑی بہن کی عمر کیا ہے؟

(b) ایک مستطیل نما ہال کی لمبائی اس کی چوڑائی کے دو گنے سے 5 میٹر زیادہ ہے۔ اگر چوڑائی b میٹر ہے تو لمبائی کیا ہے؟

(c) ایک مستطیل نما بکس کی اونچائی h سنٹی میٹر ہے۔ اس کی لمبائی، اونچائی کی تین گنی ہے اور چوڑائی لمبائی سے 7 سنٹی میٹر کم ہے۔ بکس کی لمبائی اور چوڑائی کو اونچائی کے فقروں میں ظاہر کیجئے۔

(d) ایک بس x کیلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے۔ یہ پٹنہ سے راجگیر کے طرف جا رہی ہے۔ بس کے تین گھنٹے چلنے کے بعد بھی راجگیر کی دوری 22 کیلومیٹر بچی رہ جاتی ہے۔ کیا آپ x کا استعمال کرتے ہوئے پٹنہ سے راجگیر کی دوری بتا سکتے ہیں؟ تو بتایئے۔

2. عبارتوں کے استعمال سے بنے ذیل قولوں کو عام زبان کے قولوں میں بدلئے:

مثال کے طور پر ہمارے درجہ میں x طالب العلم ہیں اور اسکول میں 15x طالب علم ہیں۔
عام زبان میں اسکول میں طالب علموں کی کل تعداد ہمارے درجہ کے طالب علموں کی 15 گنی ہے۔

(a) راکھی کے پاس x روپے ہیں۔ اس کی سہیلی کے پاس 3x روپے ہیں۔

(b) ایک مشقی کتاب کی قیمت p روپے ہے۔ ایک کتاب کی قیمت 4p روپے ہے۔

(c) سریش کے پاس y بکریاں ہیں۔ رمیش کے پاس $\frac{y}{4}$ بکریاں ہیں۔

(d) موہن کی عمر r سال ہے۔ اس کے باپ کی عمر 6r سال ہے اور اسکی ماں کی عمر (4r-5) سال ہے

3. (a) سپنا کی عمر x برس دی ہوئی ہے۔ بتایئے (x + 5) اور (x -3) کیا ظاہر کریں گے؟

(b) دیا ہوا ہے کہ ایک جماعت کے m طالب علم ٹیلی ویژن دیکھنا پسند کرتے ہیں 3m کیا ظاہر کرے گا؟ $\frac{m}{2}$ کیا ظاہر کرسکتا ہے؟

12.8 ایک مساوات equation) کیا ہے؟

آیئے شکل 1 میں دی ہوئی تیلیوں سے بنے حرف V سے مشابہ خاکوں کو یاد کریں۔
اپنی آسانی کیلیے ہم نے یہاں شکل -1 پھر بنائی ہے۔ نیچے دکھایا گیا ہے۔

(a) (b) (c)

جدول- 1

مختلف اعداد کے V بنانے کے لئے ضروری تیلیوں کی تعداد جدول-1 میں دیئے گئے ہیں۔ ہم اس خاکہ کو پھر یہاں بنا رہے ہیں۔

جدول-1

بنائے گئے V کا عدد	1	2	4	4	5	6	......	......
ضروری تیلیوں کی تعداد	2	4	6	8	10	12	......	......

ہم جان گئے ہیں کہ ضروری تیلیوں کی تعداد کو حسب ذیل قاعدے سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔
2n اگر n بنائے گئے V کا عدد ہے۔

سلمٰی پوچھتی ہے کہ V کی تعداد دی ہوئی ہے تو ضروری تیلیوں کی تعداد کس طرح معلوم کی جاسکتی ہے۔؟ اور اس کے برخلاف اگر ماچس کی تیلیوں کی تعداد دی ہوئی ہے تو V کی تعداد کیسے معلوم کی جاسکتی ہے۔ہم اپنے آپ سے پوچھتے ہیں ۔ اگر 12 تیلیاں دی ہوئی ہوں تو کتنے V بنیں گے؟ ہم کہہ سکتے ہیں $2n = 12$ دیا ہوا ہے۔ ...... (1)

یہاں ہم ایک شرط حاصل کرتے ہیں ۔جو متغیر n کے ذریعہ مطمئن ہونا چاہئے۔ یہ رکاوٹ مساوات (Equation) کی ایک مثال ہے۔

ہمارے سوال کا جواب جدول-1 کو دیکھ کر حاصل کیاجاسکتا ہے۔ n کی مختلف قیمتوں کو دیکھئے۔ اگر $n = 1$ تو تیلیوں کی تعداد 2 ہے۔ ظاہر ہے شرط مطمئن نہیں ہے ۔ اس طرح ہم اس کی جانچ کر سکتے ہیں ۔

کیا شرط پابند ہے ؟ہاں/نہیں	2n	n
نہیں	4	2

3	6	نہیں
4	8	نہیں
5	10	نہیں
6	12	ہاں
7	14	نہیں

ہم پاتے ہیں کہ صرف $n = 6$ کے لئے درج ذیل بالا شرط یا مساوات $2n = 12$ مطمئن ہوجاتا ہے۔ 6 کے علاوہ کسی بھی دوسری قیمت کے لئے یہ مساوات مطمئن نہیں ہوتا ہے آیئے ایک دیگر مثال کو دیکھیں:۔

مونو سونو سے 3 برس چھوٹا ہے سونو کی عمر X برس لینے پر مونو کی عمر $(X - 3)$ سال ہوگی۔ مان لیجئے کہ مونو کی عمر 9 سال ہے۔ تب دیکھیں کہ کس طرح ہم سونو کی عمر معلوم کرتے ہیں۔

ہمیں مونو کی عمر $n-3 = 9$ ....(2) حاصل ہے۔

یہ تغیر پذیر X میں ایک مساوات ہے ہم X کی مختلف قیمتوں کے لئے $(X-3)$ کی قیمتوں کا ایک جدول بناتے ہیں۔

x	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
-3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	-	-

جن خانوں کو خالی چھوڑا گیا ہے۔ انہیں پورا کیجئے۔ جدول سے ہم دیکھتے ہیں کہ صرف $X = 12$ کیلئے شرط $x - 3 = 9$ سے مطمئن ہوتا ہے۔ دیگر کسی بھی قیمت جیسے $X = 13$ یا $X = 11$ کے لئے شرط مطمئن نہیں ہوتا ہے۔ اس لئے سونو کی عمر 12 سال ہے۔

مندرجہ بالا مثالوں سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ ایک متغیر کے ساتھ ایک شرط ہوتا ہے۔ یہ متغیر کے ایک خاص قیمت کیلئے ہی مطمئن ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر مساوات 12 = 2n متغیر n کی قیمت 6 سے ہی مطمئن ہوتا ہے ۔ مساوات 9 = 3 - X تغیر پذیر X کے قیمت 12 سے ہی مطمئن ہوتا ہے۔

یہاں دھیان دیجئے کہ مساوات کے دونوں اطراف کے بیچ میں مساوی کا نشان (=) ہوتا ہے۔ مساوات بتاتا ہے کہ بائیں طرف (LHS) کی قیمت دائیں طرف (RHS کی قیمت کے برابر ہے ۔

اگردایاں حصہ یابایاں حصہ کے برابر نہ ہوتو ہمیں مساوات حاصل نہیں ہوتا۔

جیسے یہ قول کہ 2n عدد 12 سے بڑا ہے ۔یعنی 2n>12 یہ ایک مساوات نہیں ہے ۔اس طرح یہ قول کہ 2n عدد 12 سے چھوٹا ہے یایعنی 2n<12 بھی ایک مساوات نہیں ہے۔ اب 9 = 3 - 12 پر غور کریں۔

یہاں بھی دائیں اور بائیں حریف کے بیچ مساوات کا نشان (=) ہے ۔ دونوں حریفوں متغیر عدد نہیں ہے۔ یہاں دونوں حریفوں میں صرف اعداد ہیں۔ ہم انہیں عددی مساوات کہہ سکتے ہیں ۔

عام طور سے مساوات لفظ کا استعمال صرف ایک یا اس سے زائد متغیر ہونے پر ہی کیا جاتا ہے۔

بتائیے کہ مندرجہ ذیل میں سے کون کون سے قول مساوات ہیں۔ مساوات میں متغیر بھی بتائیے۔

(a) $X - 5 = 15$ (ہاں X)

(b) $7 X 3 = 21$ (نہیں۔ یہ ایک عددی مساوات ہے)

(c) $2m > 20$ (نہیں)

(d) $2p = 8$ (ہاں p

(e) $\frac{k}{9} < 10$ (نہیں)

مساوات کے کچھ مثال نیچے دیے جا رہے ہیں (کچھ مساوات میں شامل متغیر بھی دیے جا رہے ہیں۔)

ضروری خالی جگہوں کو بھریے

جیسے:

(3) $x + 17 = 27$ (متغیر x)

(4) $p + \frac{m}{5} = 9$ (متغیر p)

(5) $3k = 15$ (متغیر......)

(6) $= 4$ (متغیر......)

(7) $3l + 5 = 20$ (متغیر......)

(8) $5n - 16 = 16$ (متغیر......)

12.8.1 مساوات کا حل:

ہم پہلے اقتباس میں دیکھ چکے ہیں کہ مساوات (۱) $2n = 12$، $n=$ سے پابند ہوگئی تھی۔ n کی کوئی بھی دیگر قیمت اس مساوات (۱) کو پابند یا مطمئن نہیں کرتا ہے۔ دونوں حریف کو برابر کرتا ہے اس مساوات کا حل یعنی مساوات میں متغیر کی وہ قیمت جو (solution) کہلاتا ہے۔

اس طرح $n = 6$ مساوات $2n = 12$ کا حل ہے۔

دھیان دیجئے کہ $n = 5$ مساوات $2n = 12$ کا حل نہیں ہے کیونکہ $n = 5$ کیلئے $2n = 2 \times 5 = 10$ ہے اور یہ 12 نہیں ہے۔

مساوات .....$x - 3 = 9$ (2) کو لیں۔ یہ مساوات $x = 12$ سے مطمئن ہوجاتا ہے۔ کیونکہ $x = 12$ کے لئے مساوات کا بایاں حریف $12 - 3 = 9$ = دایاں حریف ہے۔ یہ مساوات x

13 = سے مطمئن نہیں ہوتا ہے کیونکہ x = 13 کے لئے مساوات کا بایاں حریف 10 = 3 - 13 = ہے جو دایاں حریف کے برابر نہیں ہے۔

اس طرح X = 12 مساوات X - 3 = 9 کا حل ہے لیکن X = 13 اس مساوات کا حل نہیں ہے۔ x = 13 مساوات کا حل کیوں نہیں ہے؟ آپ اپنے لفظوں میں واضح کیجئے۔

اب آپ مندرجہ ذیل جدول کی خالی جگہوں کو پورا کیجئے تیسرے قطعہ میں ظاہر کیجئے کہ ہر ایک حصہ کے لئے آپ کا جواب ہاں اور نہیں کیوں ہے؟

ترتیب نمبر	مساوات	متغیر کا نام	حل ہاں/نہیں	وجہ
1	X + 5 =15	X = 5	نہیں	5+5=10=15
2	X + 5 =15	X = 8	نہیں	
3	X + 5 =15	X = 10	ہاں	
4	p - 7 = 1	p = 6	نہیں	
5	p - 7 = 1	p = 7	....	
6	p - 7 = 1	p = 8	....	
7	3n = 24	n = 5	....	
8	3n = 24	n = 8	....	
9	=3	k = 20	....	
10	= 3	k = 21	....	
11	2ℓ +5 = 13	ℓ =3	....	
12	2ℓ + 5 = 13	ℓ = 4	....	

12.8.2 کسی مساوات کا حل معلوم کرنا:

مساوات $2n = 12$ کا حل معلوم کرنے کے لئے ہم نے n کے کئی مختلف قیمتوں کا ایک جدول تیار کیا تھا اور اس جدول سے n کی وہ قیمت معلوم کیا جو مساوات کا حل تھا (یا مساوات کو مطمئن کرتا تھا) ہم نے کوشش اور جانچ طریقہ (a Trial and Error Method) سے اسے کیا اب ہم مساوات کو حل کرنے کیلئے سیدھا طریقہ اپناتے ہیں۔ اگلی جماعت میں ہم مساوات حل کرنے کا ترتیب طریقہ کا مطالعہ کرینگے۔ فی الوقت ہم صرف نیچے دیئے گئے آسان مساوات کے بارے میں ہی بات کریں گے۔

(i) $X + 5 = 15$ (ii) $X - 3 = 9$

(iii) $2n = 12$ (iv) $= 3$

(i) $X + 5 = 15$ کو حل کرنا

پچھلی جماعت سے آپ کو جان چکے ہیں کہ ایسے قول جن میں $(......) + 5 = 15$ ہو میں خالی خانوں کے عدد کو کیسے معلوم کیا جاتا ہے۔

x کیلئے مساوات (a) ---- $X + 5 = 15$

اور (b) ------ $(......) + 5 = 15$

اگر ہم b میں خالی جگہ پر X لکھیں تو ہمیں مساوات حاصل ہوجاتا ہے اس کا مطلب ہے کہ خالی خانے کے لئے وہ عدد معلوم کرنا ہے جس سے مساوات مطمئن ہوجاتا ہے۔ خانے میں ایک ایسا عدد آئے گا جسے 5 میں جوڑنے پر 15 حاصل ہوگا۔

یہ 15 میں سے 5 گھٹانے کے برابر ہے یا 10 ہے۔ اس طرح مساوات کا حل $X = 10$ ہے۔

ہم اس حل کی جانچ بھی کرسکتے ہیں۔

دایاں حریف $15 = 5 + 10 = X + 5$ = بایاں حریف

(ii) $X - 3 = 9$ کو حل کرنا

$x - 3 = 9$ سے کیجئے (......) کا موازنہ $9 = 3 - (\ldots\ldots)$

اس کا مطلب ہے کہ مساوات کو حل کرنے کے لئے خالی خانے کا عدد معلوم کرنا ہے۔ یہاں خالی خانے کا عدد جوڑ سے معلوم ہوتا ہے جو $(-----) = 3 + 9 = 12$ ہے۔

یعنی مساوات $X - 3 = 9$ کا حل $X = 12$ ہے۔ جسے ہم پہلے سے بھی جانتے ہیں۔

اس حل کی جانچ بھی کرسکتے ہیں۔

دایاں حریف $= 9 = 3 - 12 = 3 - X =$ بایاں حریف۔

(iii) $2n = 12$ کو حل کرنا۔

ہم یہ جانتے ہیں کہ $2n = 2 \times n$ ہے

یعنی جس مساوات کو ہم حل کرنا چاہتے ہیں وہ $2 \times n = 12$ ہے۔

اس کا موازنہ $12 = (---) \times 2$ سے کیجئے۔

n میں مساوات کو حل کرنے کا مطلب ہے کہ خالی خانہ میں عدد معلوم کرنا۔ ہم جانتے ہیں کہ خالی خانے کا عدد کو تقسیم کے ذریعہ معلوم کیا جاسکتا ہے۔

اس لئے $(=6)\frac{12}{6} = 6$ (......) ہے

یعنی مساوات $2n = 12$ کا حل $n = 6$ ہے۔ جسے ہم پہلے سے جانتے ہیں۔

ہم اس حل کی جانچ کرسکتے ہیں۔

بایاں حریف $12 = 6 \times 2 = n \times 2 =$ دایاں حریف

(iv) $\frac{K}{7} = 3$ کو حل کرنا

ہم $\frac{K}{7} = 3$ کا موازنہ $\frac{\square}{7} = 3$ سے کرتے ہیں۔

k میں مساوات حل کرنے کا مطلب وہی ہے جو خالی خانے میں عدد معلوم کرنے کا ہے۔

اب 21 = 3 x 7 = ☐ ہے۔ مندرجہ بالا مساوات کا حل 21 = k ہے۔

ہم اس حل کی جانچ کرسکتے ہیں۔

دایاں حریف $3 = \frac{21}{7} = \frac{K}{7} =$ بایاں حریف

12.9 مساوات کا استعمال کرنا

پریتی، عائشہ اور رشیدہ بہت حوصلہ مند ہے۔ وہ سب جماعت میں بتاتی ہے کہ انہوں نے پہیلیاں حل کرنے کا طریقہ معلوم کرلیا ہے۔ وہ اسے پوری جماعت کو سمجھانا چاہتی ہیں۔

پہلے وہ سیما سے کہتی ہیں کہ وہ کوئی بھی عدد سوچ لیں۔ اس کے بعد وہ کہتی ہیں کہ اس عدد کو 5 سے ضرب کرکے نتیجہ بتا دے۔ وہ کہتی ہے، نتیجہ 60 ہے۔ رشیدہ فوراً کہتی ہے کہ سیما کا عدد 12 ہے۔ سیما اس جواب سے مطمئن ہوجاتی ہے۔ پوری جماعت کو تعجب ہوتا ہے۔ پریتی، عائشہ کہتی ہے۔

سیما نے اپنے دل میں کوئی عدد سوچی وہ کچھ بھی ہوسکتا ہے۔ اسلئے ہم نے پہلے اس عدد کو x مان لیا۔ اب x کو 5 سے ضرب کرنے پر 5x حاصل ہوتا ہے۔ سیما نے بتایا کہ یہ 60 ہے۔ اس طرح ہمیں مساوات 5x = 60 حاصل ہوگیا۔

یہ سہل مساوات ہے۔ ہم نے آسان سے قاعدہ سے اس مساوات کو حل کرلیا۔ ہم نے x کی جگہ پر ☐ رکھ کر اسے مساوات 5 x ☐ = 60 لکھ لیا۔ ہمیں حاصل ہوتا ہے $12 = \frac{60}{5} =$ ☐

اس طرح 12 مطلوبہ حل ہے۔ یا سیما کے ذریعہ سوچا گیا عدد 12 تھا۔

پوری جماعت نے تالی بجائی۔ انہوں نے سیکھا کہ مساوات کتنا سود مند ہوتا ہے۔ حساب کے استاد نے کہا اس پہیلی کے علاوہ کوئی اور پہیلی بنائی جاسکتی ہے، یہ سب بھی مساوات کے ذریعہ حل کی جاسکتی ہے۔ لیکن ایسا کرنے کے لئے ہمیں مساوات کو حل کرنے کا ایک مرتب قاعدہ سیکھنا ہوگا۔ ایسا قاعدہ ہم

اگلے سال سیکھیں گے۔ □

سوالات 12.5

1. مندرجہ ذیل میں کون سے قول مساوات (متغیر اعداد کے) ہیں؟ وجوہات کے ساتھ جواب دیجئے۔ مساوات میں شامل متغیر بھی لکھیے۔

(a) $15 = x + 18$

(b) $(k-8) > 5$

(c) $\frac{9}{3} = 3$

(d) $8 \times 5 - 12 = 28$

(e) $6 \times 7 - 10 = 2n$

(f) $2n + 3 = 13$

(g) $7 = 11 \times 5 - 12 \times 4$

(h) $\frac{3p}{2} < 5$

(i) $z + 8 > 12$

(j) $7 - x = 5$

2. جدول کے تیسرے کالم میں خانوں کو پورا کیجیے

ہاں/نہیں	تغیر پذیر تشفی بخش	متغیر کی قیمت	مساوات	سلسلہ وار نمبر
		$x = 3$	$5x = 25$	(a)
		$x = 4$	$5x = 25$	(b)
		$x = 5$	$5x = 25$	(c)
		$k = 10$	$k + 8 = 20$	(d)
		$k = 11$	$k + 8 = 20$	(e)
		$k = 12$	$k + 8 = 20$	(f)
		$m = 16$	$m - 5 = 9$	(g)
		$m = 15$	$m - 5 = 9$	(h)
		$m = 14$	$m - 5 = 9$	(i)
		$t = 47$	$7 = \frac{t}{7}$	(j)
		$t = 48$	$7 = \frac{t}{7}$	(k)
		$t = 49$	$7 = \frac{t}{7}$	(l)

3. ہر ایک مساوات کے سامنے قوسین میں دیے گئے قیمتوں میں سے مساوات کا حل چنئے۔
ظاہر کیجیے کہ دیگر قیمت مساوات کو مطمئن نہیں کرتے ہیں۔

(a) $4a = 24$ (5, 6, 9, 10)

(b) $k + 11 = 23$ (10, 11, 12, 13)

(c) $p - 7 = 8$ (12, 13, 14, 15)

(d) $k/7 = 7$ (49, 48, 46, 44)

(e) $m + 21 = 37$ (14, 15, 16, 17)

(f) $n + 5 = 2$ (1, -2, -3, -4, 0)

4. (a) نیچے دیے گئے جدول کو پورا کیجئے اور اس جدول کو دیکھ کر ہی
مساوات $x + 6 = 13$ کا حل معلوم کیجئے:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
+ 6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

(b) نیچے دیے گئے جدول کو پورا کیجئے اور اس جدول کو دیکھ کر ہی مساوات $y - 6 = 4$
حل معلوم کیجئے:

Y	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	-
Y - 6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

(c) نیچے دیے گئے جدول کو پورا کیجئے اور اس جدول کو دیکھ کر ہی مساوات $5t = 40$ کا حل کیجئے:

t	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	-
5t	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

(d) جدول کو پورا کرتے ہوئے مساوات $\frac{z}{3} = 4$ کا حل معلوم کیجئے:

z	8	9	10	11	12	13	14	15	-	-	-
$\frac{z}{3}$	$2\frac{2}{3}$	3	$3\frac{1}{3}$	-	-	-	-	-	-	-	-

5. حل کیجئے

(a) $y + 6 = 18$ (c) $7p = 140$ (e) $\frac{k}{8} = 12$ (g) $x - 3 = 0$

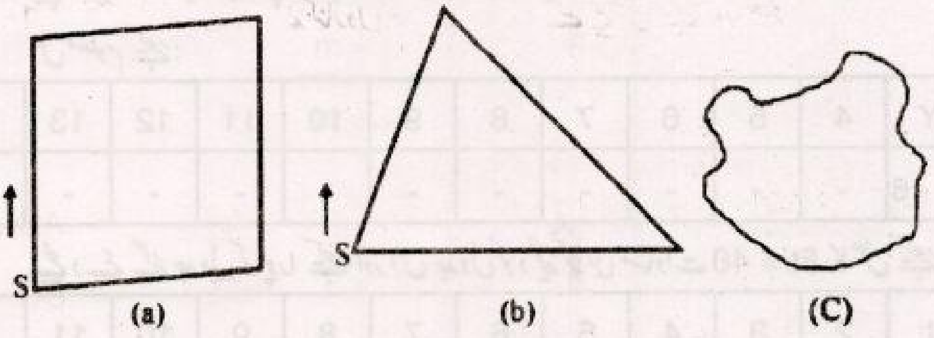
(b) $z - 7 = 20$ (d) $\frac{2}{5} = 7$ (f) $9y = 81$ (h) $t + 50 - 75$

سبق : 13

علم المساحت ، احاطہ اور رقبہ

13.1 تمہید:

جب ہم سطح کی شکلوں کے بارے میں بات کرتے ہیں تو ہم ان شکلوں کے رقبہ اور چوحدی (Boundary) کے بارے میں بھی غور کرتے ہیں ۔ ہمیں ان شکلوں کے موازنہ کے لئے کچھ پیمائشوں کی ضرورت ہوتی ہے۔ آیئے ہم کچھ ایسی ہی شکلوں اور ان کی پیمائشوں کو دیکھتے ہیں ۔



تصویر ۔1 مختلف شکلیں

13.2 احاطہ

اوپر کی سبھی شکلوں میں اگر آپ نقطہ S سے شروع کرکے قطعہ خط کے کنارے کے ساتھ ساتھ چلتے تو آپ پھر اسی نقطہ S پر پہنچ جاتے ہیں۔ اس طرح آپ نے (شکل) کے چاروں طرف ایک پورا چکر لگایا ہے ۔ یہ طے کی گئی دوری ان شکلوں کو گھیرنے میں لگے دھاگے یا تار کی لمبائی کے برابر ہے۔

یہ دوری بند شکلوں کا احاطہ کہلاتی ہے، یا کسی بھی شکل کو گھیرنے میں لگے تار کی لمبائی ہی اس شکل کا احاطہ ہے۔

ہم اپنے روز مرہ کی زندگی میں احاطہ کے تصور کا بہت بار استعمال کرتے ہیں۔ جیسے

☆ ایک کسان جو اپنے کھیت کے چاروں طرف باڑ لگاتا ہے۔

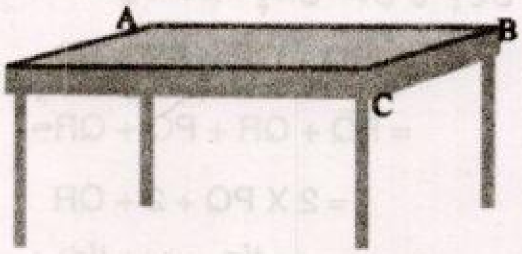
☆ ایک انجینئر جو ایک باغ کے چاروں طرف ایک چہار دیواری بنانے کا منصوبہ کرتا ہے۔

☆ ایک فرد جو کرکٹ گراؤنڈ کا باؤنڈری (Boundary) رسی لگا کر تیار کرتا ہے۔

ایسی پانچ حالتوں کی مثال دیجئے جہاں احاطہ جاننے کی ضرورت ہے۔

خود کریں:

1. ٹیبل کے اوپری سطح کے کناروں کو اسکیل کی مدد سے پیمائش کیجئے اور لکھئے۔



AB = ... سنٹی میٹر

BC = ... سنٹی میٹر

CD = ... سنٹی میٹر

DA = ... سنٹی میٹر

اب چاروں اضلاع کی لمبائیوں کا حاصل جوڑ AB + BC + CD + DA =

= ...... سنٹی میٹر + ... سنٹی میٹر + ... سنٹی میٹر + ... سنٹی میٹر

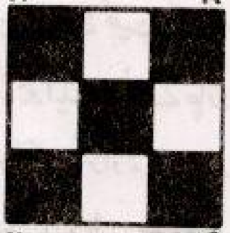
= ...... سنٹی میٹر

یہ میز کی اوپر سطح کا احاطہ ہے؟

2. اسی طرح شطرنج بورڈ کے باہری کناروں کو پیائش کیجئے اور انہیں جوڑیے:

PQ + QR + RS + SP = ...سنٹی میٹر + ...سنٹی میٹر + ...سنٹی میٹر

= ......سنٹی میٹر



13.2.1 مستطیل کا احاطہ:

3. آیئے اب ہم ایک مستطیل PQRS جس کی لمبائی 10 سینٹی میٹر اور چوڑائی 4 سنٹی میٹر ہے کا احاطہ معلوم کرنے پر غور کریں۔

مستطیل کا احاطہ = چاروں اضلاع کی لمبائیوں کا حاصل جوڑ

$= PQ + QR + RS + SP$

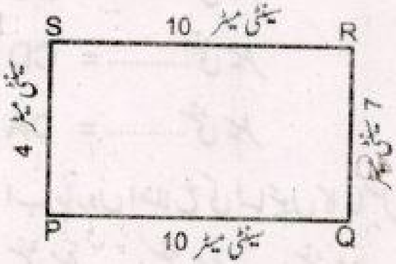
$= PQ + QR + PQ + QR$

$= 2 X PQ + 2 + QR$

= 2 x (10 سینٹی میٹر + 4 سینٹی میٹر)

= 2 x 14 سینٹی میٹر

= 28 سینٹی میٹر



PQ = RS or SR اور QR = SP or PS

مستطیل کے آمنے سامنے اضلاع

برابر ہوتے ہیں

اس لئے مستطیل کا احاطہ = لمبائی + چوڑائی + لمبائی + چوڑائی

(چوڑائی + لمبائی) x 2 =

خود کرکے دیکھیں

مستطیل کی لمبائی	مستطیل کی چوڑائی	مستطیل کا احاطہ
سینٹی میٹر 20	سینٹی میٹر 12	سینٹی میٹر 64 = (12 +20) 2
سینٹی میٹر 18	سینٹی میٹر 10	
سینٹی میٹر 7.5	سینٹی میٹر 3.5	
میٹر 0.7	میٹر 0.50	

مثال 1: ایک مستطیل نما باغیچہ 40 میٹر لمبا اور 30 میٹر چوڑا ہے۔ اس کا احاطہ معلوم کیجئے۔

حل:

باغیچہ کی لمبائی = 40 میٹر

باغیچہ کی چوڑائی = 30 میٹر

اس لئے باغیچہ کا احاطہ = 2× (لمبائی + چوڑائی)

(30 میٹر + 40 میٹر) × 2 =

میٹر = 2 x 70

= 140 میٹر۔

یعنی باغیچہ کا احاطہ 140 میٹر ہے

مثال 2. ایک چادر 3 میٹر لمبا اور 2.5 میٹر چوڑا ہے۔ اس کے چاروں طرف گوٹہ لگانا ہے۔ تو گوٹے کی لمبائی معلوم کیجئے۔

حل:

چادر کا باہری کنارا ایک مستطیل ہے، گوٹے کی لمبائی مستطیل کے احاطہ کے برابر ہوگی۔

گوٹے کی لمبائی = مستطیل کا احاطہ

= 2× (لمبائی + چوڑائی)

= 2 × (3 میٹر + 2.5 میٹر)

= 2 × 5.5 میٹر

= 11 میٹر

مثال 3. ایک مستطیل نما پارک جس کی لمبائی 40 میٹر اور چوڑائی 35 میٹر ہے اس کے چاروں طرف 4 گھیرے تار لگانا ہے تو ضروری تار کی لمبائی معلوم کیجئے۔

حل: ظاہر ہے کہ گھیرنے والے تار کو پارک کے احاطہ کو 4 بار پورا طئے کرنا ہے۔ اس لئے ضروری تار کی لمبائی پارک کے احاطہ کی چوگنی ہوگی۔

پارک کا احاطہ = 2× (لمبائی + چوڑائی)

= 2 × (40 میٹر + 35 میٹر)

= 2 × 75 میٹر

= 150 میٹر

یعنی ضرورت تار کی لمبائی میٹر $100 \times 4 =$

میٹر $600 =$

مثال 4:

ایک کھیت کی لمبائی 50 میٹر ہے اور چوڑائی 40 میٹر ہے ۔ اگر ایک دن میں 10 میٹر لمبی میڑھ کی جاتی ہو تو کھیت چاروں طرف میڑھ کرنے میں کتنے دن لگیں گے۔

حل: چونکہ کھیت مستطیل نما ہے۔

اس مستطیل نما کھیت کی لمبائی = 50 میٹر

مستطیل نما کھیت کی چوڑائی = 40 میٹر

مینڈ بنانے میں لگنے والے وقت معلوم کرنے کے لئے ہمیں اس مستطیل نما کھیت کے احاطہ کی ضرورت ہے۔

مستطیل نما کھیت کا احاطہ = 2 x (چوڑائی + لمبائی)

= 2 x (50 میٹر + 40 میٹر)

= 2 x 90 میٹر

= 180 میٹر

چونکہ کھیت میں 10 میٹر میڑھ پورا کرنے میں لگا وقت = 1 دن

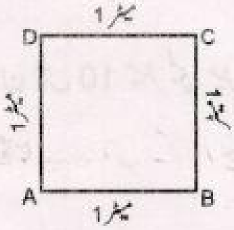
یعنی کھیت کے چاروں طرف 180 میٹر میڑھ پورا کرنے میں وقت 18 = 10 ÷ 180 دن

13.2.2 منظّم شکلوں کا احاطہ (ایسی شکلیں جن کے اضلاع کی پیائش برابر ہوں) (Regular figures)

موہن ایک مربع نما کاغذ جس کا ہر ایک ضلع 1 میٹر ہے کہ چاروں طرف ایک رنگین فیتہ (ٹیپ)

لگانا چاہتا ہے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ موہن کو کتنے لمبے فیتہ (ٹیپ) کی ضرورت ہوگی۔

اس کے لئے ہمیں مربع نما کاغذ کا احاطہ معلوم کرنے کی ضرورت ہے۔



ضرورت فیتہ ٹیپ کی لمبائی = مربع نما کاغذ کا احاطہ

= 1 میٹر + 1 میٹر + 1 میٹر + 1 میٹر

= 4 میٹر

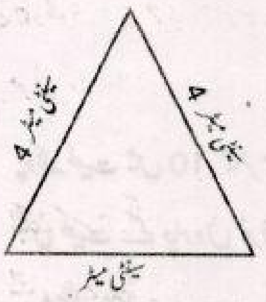
ہم یہ جانتے ہیں کہ مربع کی چاروں اضلاع کی لمبائی برابر ہوتی ہے۔ اس لئے اسے چار مرتبہ جوڑنے کے جگہ پر ہم مربع کے ایک ضلع کی لمبائی کو 4 سے ضرب کرسکتے ہیں۔

اس لئے ضروری ٹیپ کی لمبائی = 4×1 میٹر = 4 میٹر

اس مثال سے ہم دیکھتے ہیں کہ مربع کا ناپ = 4 × ایک ضلع کی لمبائی

ایسے ہی کچھ اور مربع کو بنائیے اور ان کا احاطہ معلوم کیجئے۔

اسی طرح اب 4 سنٹی میٹر ضلع والے مثلث تساوی الاضلاع کا احاطہ م معلوم کریں گے۔



اس لئے مثلث تساوی الاساقین کا احاطہ

= 3 x 4 سینٹی میٹر = 12 سینٹی میٹر

ہم نے دیکھا کہ

مربع کا احاطہ = ایک ضلع کی لمبائی x 4

مثلث تساوی الاساقین کا احاطہ = 3 × ایک ضلع کی لمبائی

اسی طرح ایک منتظم خمسۃ الاضلاع کا احاطہ = ایک ضلع کی لمبائی x 5

خود کریں

اپنے چاروں طرف ایسی چیزوں کا پتہ لگایئے جو منظم شکل میں ہوں اور ان کا احاطہ بھی معلوم کیجئے۔

مثال 5.

شبھم 75 میٹر ضلع والے مربع نما پارک کے کنارے کنارے 2 چکر لگاتا ہے۔ اس کے ذریعہ طئے کی گئی دوری پتا کیجئے؟

حل: مربع نما پارک کا احاطہ = 4 x ایک ضلع کی لمبائی

= 4 x 75 میٹر = 300 میٹر

شبھم کے ذریعہ ایک چکر میں طے کی گئی دوری = 300 میٹر

اس لئے شبھم کے ذریعہ 2 چکر میں طے کی گئی دوری = 300 x 2 میٹر = 600 میٹر

مثال 6.

10 میٹر ضلع والا ایک مربع نما حلقہ کے چاروں طرف تار لگانا ہے۔ 6 روپے فی میٹر کے شرح سے تار لگوانے کا خرچ معلوم کیجئے۔

حل: مربع نما حلقہ کا احاطہ = ایک ضلع کی لمبائی x 4

= 4 x 10 میٹر = 40 میٹر

ایک میٹر تار لگوانے کا خرچ = 6 روپے

یعنی 40 میٹر تار لگوانے میں خرچ = 6 x 40 روپے

= 240 روپے

مربع نما حلقہ کے چاروں طرف تار لگانے میں 240 روپے خرچ ہوں گے۔

مثال 7.

ایک منظم خمسۃ الاضلاع کا احاطہ 20 سینٹی میٹر ہے ۔اس کا ایک ضلع کی لمبائی معلوم کیجئے ۔

حل: ایک منظم خمسۃ الاضلاع میں 5 برابر اضلاع ہوتے ہیں۔ اس لئے ایک ضلع کی لمبائی معلوم کے لئے باہم احاطہ کو 5 سے تقسیم دے سکتے ہیں۔

منظم خمسۃ الاضلاع کی ایک ضلع کی لمبائی = 5 ÷ سینٹی میٹر 20

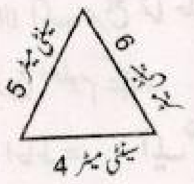
= 4 سنٹی میٹر

یعنی منظم خمسۃ الاضلاع کے ہر ایک ضلع کی لمبائی 4 سنٹی میٹر ہے۔

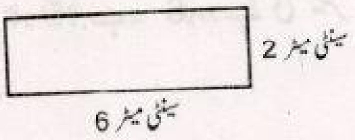
سوالات 13.1

1. نیچے دیے گئے شکلوں کا احاطہ معلوم کیجئے۔

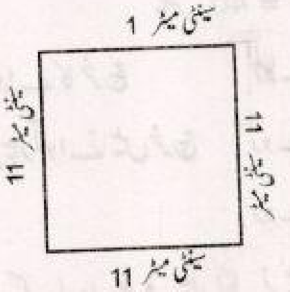
(a)



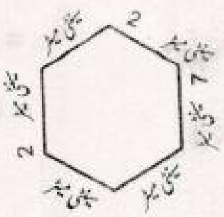
(b)



(c)



(d)



2. ایک مستطیل نما زمین کا ٹکڑا 20.50 میٹر لمبا اور 16.75 میٹر چوڑا ہے۔ اس کے چاروں طرف چہار دیواری بنی ہے۔ چہار دیواری کی کل لمبائی معلوم کیجیے۔

3. ایک ہرکارہ 40 میٹر لمبے اور 20 میٹر چوڑے ایک مستطیل نما میدان کے چاروں طرف 8 چکر لگاتا ہے۔ پتا کیجیے کہ ہرکارہ کے ذریعہ طئے کی گئی دوری معلوم کیجئے؟

4. ایک مثلث متساوی الساقین جس کا ہر ایک برابر ضلع 6 سنٹی میٹر کا ہو اور تیسرا ضلع 8 سنٹی میٹر ہو، کا احاطہ معلوم کیجئے۔

5. ایک مربع کا ایک ضلع 15 سنٹی میٹر ہے۔ اس کا احاطہ معلوم کیجئے۔

6. ایک منظم مسدس Hexagon کا احاطہ 66 سنٹی میٹر ہے۔ ہر ایک ضلع کی لمبائی معلوم کیجئے۔

7. ایک دھاگے کا ٹکڑا 24 سنٹی میٹر لمبائی کا ہے۔ ہر ایک ایک ضلع کی لمبائی کیا ہوگی۔ اگر اس دھاگے سے بنایا جاتا ہے۔

(a) ایک مربع

(b) ایک مثلث متساوی الاضلاع

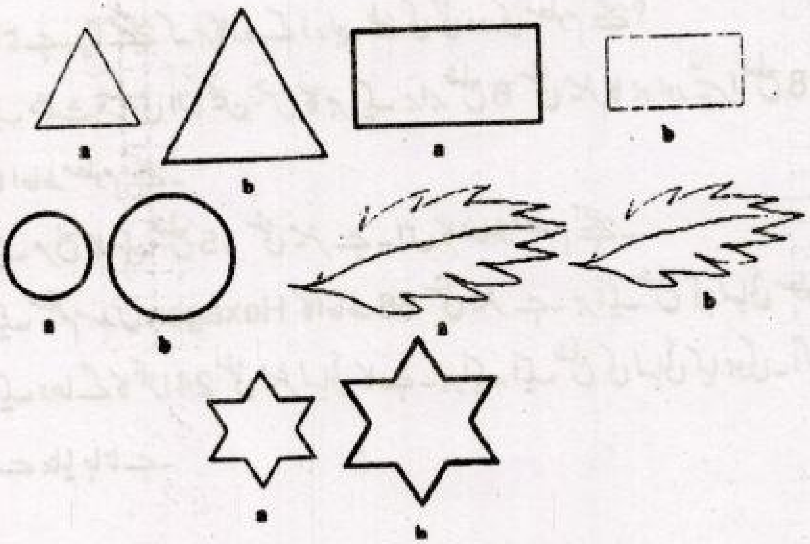
(c) ایک منظم مسدس (regular Hexagon)

8. 80 میٹر ضلع والے مربع نما باغیچے کے چاروں طرف باڑ لگانے کا خرچ 25 روپیہ فی میٹر کی شرح سے معلوم کیجئے۔

9. رادھا 60 میٹر لمبائی اور 45 میٹر چوڑائی والے مستطیل کے چاروں طرف دوڑتی ہے اور سیما 75 میٹر ضلع والے مربع کے چاروں طرف دوڑتی ہے۔ کون کم دوری طے کرتی ہے؟

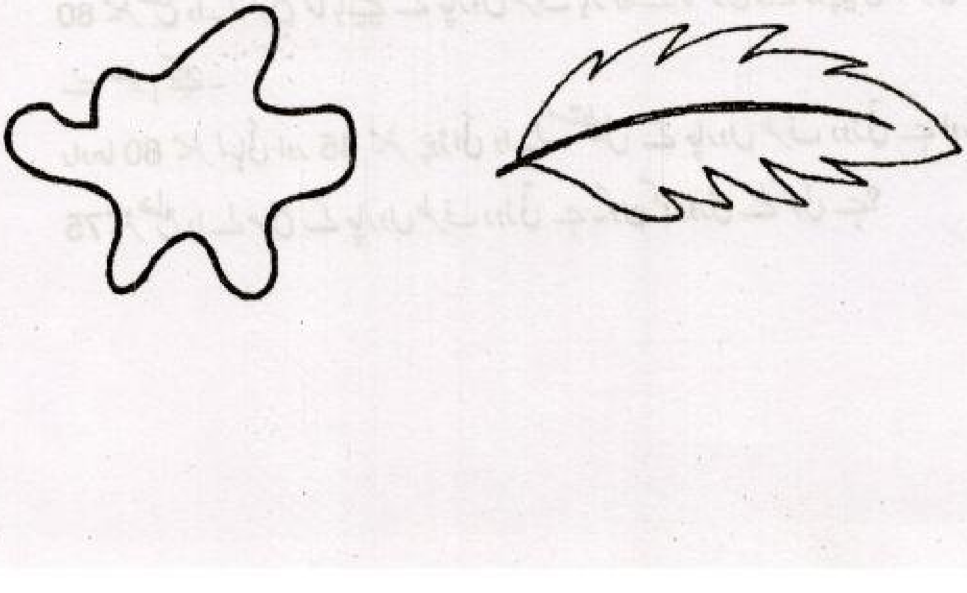
13.3 رقبہ

نیچے دیئے گئے سبھی بند شکلوں کی سطح کچھ حلقہ کو گھیرتی ہے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ ان میں سے کون سی شکلیں زیادہ جگہ گھیرتی ہے؟

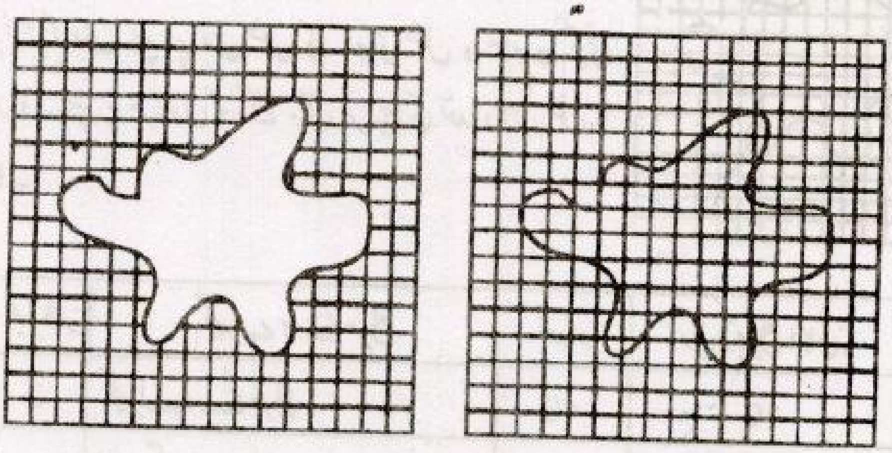


(بند شکلوں کے ذریعہ گھیرے گئے جگہ کو اس کا رقبہ کہتے ہیں)

کیا نیچے دی گئی شکلوں کو دیکھنے پر پتا لگتا ہے کہ ان میں سے کس شکل کا رقبہ زیادہ ہے؟



ان شکلوں کو دیکھنے سے یہ پتہ لگانا مشکل ہے کہ کس کا رقبہ زیادہ ہے، اس کیلئے ہمیں ایک مربع نما کاغذ یا گراف پیپر پر ان غیر ترتیب چیزوں کو رکھ کر پنسل سے ان کی شکل کھینچ کر موازنہ کرنا ہوگا۔



شکلوں کے ذریعہ گھیرے گئے سنٹی میٹر یا چھوٹے مربع کی تعداد ہی اس کا رقبہ ہے۔ ہم کسی بھی شکل کا رقبہ ناپنا یا جاننا چاہتے ہیں۔ مربع ہمیشہ پورے طور سے نہیں ڈھکتے ہیں۔ اس کے لئے ہم

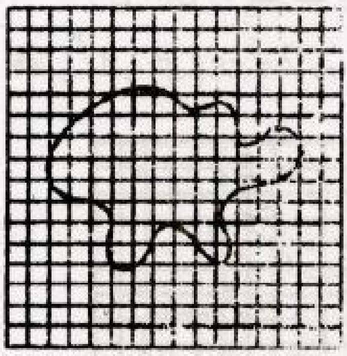
☆ ایک پورے مربع کے رقبہ کو ہم 1 مربع اکائی پیمانہ لیتے ہیں۔ اگر یہ مربع سنٹی میٹر کے ہیں تب ایک پورے مربع کا رقبہ 1 مربع سنٹی میٹر ہوگا۔

☆ اگر کسی مربع کا نصف سے زیادہ حصہ شکل سے گھرا ہے تو ایسے مربع کو ہم ایک پورا مربع ہی گنتے ہیں۔

☆ اگر کسی مربع ٹھیک ٹھیک نصف حصہ گنتی میں آتا ہے تو ایسے مربع کا رقبہ کے $\frac{1}{2}$ مربع اکائی لیتے ہیں۔

☆ $\frac{1}{2}$ سے کم گھرے مربع کو ہم چھوڑ دیتے ہیں۔

مثال 1. دیئے گئے مربعوں کو گن کر رقبہ معلوم کیجئے۔



حل: گراف پیپر پر اس شکل کی باہری شکل و شباہت کھینچی ہے۔ گراف پیپر پر مربعوں کو گنئے ، کل مربعے کی تعداد اس شکل کا رقبہ ہوگا۔

نمبر شمار	گھیرے ہوئے مربع	تعداد	رقبہ (مربع اکائی)
i	گھیرے ہوئے مربع	40	10
ii	نصف گھیرے ہوئے مربع	6	$6 \times \frac{1}{2} = 3$
iii	نصف سے زیادہ گھیرے ہوئے مربع	6	6
iv	نصف سے کم گھیرے ہوئے مربع	4	0

کل رقبہ 49 = 0 + 6 + 3 + 40 =

خود کریں:

گراف پیپر پر پتوں، پھولوں کی پنکھڑیوں اور ایسے ہی دوسری چیزوں کو درج کیجئے اور ان کا رقبہ معلوم کیجئے۔

13.3.1 مستطیل کا رقبہ

ایک گراف پیپر کی مدد سے کیا ہم کسی مستطیل کا رقبہ دکھا سکتے ہیں؟

کیا ہم یہ بات بتا سکتے ہیں کہ ایک مستطیل جس کی لمبائی 3 سنٹی میٹر اور چوڑائی 2 سنٹی میٹر ہے کا رقبہ ہے۔

گراف پیپر پر 2 سنٹی میٹر 1 سنٹی میٹر ضلع کا مستطیل بنائیے جس پر 1 سینٹی میٹر 1x سینٹی میٹر کے مربع ہوں (تصویر-6) یہ مستطیل 6 مربعوں کو پورے طور پر ڈھک لیتا ہے۔

مستطیل کا رقبہ = 6 مربع سنٹی میٹر ہے جسے ہم 3 × 2 مربع سنٹی میٹر (لمبائی × چوڑائی) کی صورت میں بھی دیکھ سکتے ہیں۔

کچھ مستطیل کے اضلاع کی پیمائش جدول میں دی گئی ہے۔ گراف پیپر پر رکھ کر اور مربعوں کی تعداد گن کر ان کا رقبہ معلوم کیجئے۔

چوڑائی	لمبائی	رقبہ
5 سنٹی میٹر	3 سنٹی میٹر	....
6 سنٹی میٹر	4 سنٹی میٹر	....
8 سنٹی میٹر	5 سنٹی میٹر	....

اس سے ہم یہ نتیجہ نکالتے ہیں کہ

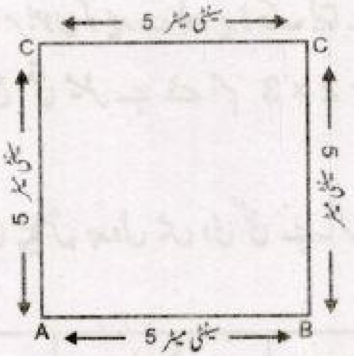
مستطیل کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی۔

خود کر دیکھئے :

1. اپنے گھر کے پاس کھیلنے والے پارک کا رقبہ معلوم کیجئے۔
2. اپنے اسکول کے کسی برآمدے (صحن) کے فرش کا رقبہ معلوم کیجئے۔

13.3.2 مربع کا رقبہ

آیئے اب ہم ایک مربع پر غور کرتے ہیں جس کی ضلع کی لمبائی 5 سنٹی میٹر ہے۔



اگر اسے ہم سینٹی میٹر گراف پیپر پر رکھتے ہیں ،تب ہم دیکھتے ہیں کہ یہ 25 مربعوں کو پوری طرح ڈھک لیتا ہے۔

اس لئے مربع کا رقبہ = مربع سینٹی میٹر 5x5 = مربع سینٹی میٹر 25 =

جدول میں کچھ مربعوں کے ایک ضلع کی لمبائی دی گئی ہے ۔گراف پیپر کی مدد سے اس کی رقبوں کو معلوم کیجئے ۔

ایک ضلع کی لمبائی	مربع کا رقبہ
سینٹی میٹر 4	....
سینٹی میٹر 7	....
سینٹی میٹر 8	....

اس سے ہم نتیجہ نکالتے ہیں؟ مربع کا رقبہ = ضلع × ضلع

مثال: 1 ایک مستطیل ،جس کی لمبائی اور چوڑائی بالترتیب 15 سنٹی میٹر اور 6 سنٹی میٹر ہے۔کا رقبہ معلوم کیجئے۔

حل:

مستطیل کی لمبائی = 15 سنٹی میٹر

مستطیل کی چوڑائی = 6 سنٹی میٹر

مستطیل کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

= 15 سنٹی میٹر × 6 سنٹی میٹر

= 90 مربع سنٹی میٹرا

مثال: 2

ایک مربع نما کمرے کے فرش کا رقبہ معلوم کیجیے، جس کے ایک ضلع کی لمبائی 11 میٹر ہے۔

حل: مربع نما فرش کا ضلع = 11میٹر

مربع نما فرش کا رقبہ = ضلع × ضلع

= 11 × 11میٹر

= 121مربع میٹر

مثال: 3

ایک کھیت 40 میٹر لمبا اور 35 میٹر چوڑا ہے۔ اس میں 400 مربع میٹر میں چنا اور باقی گیہوں لگایا گیا ہے۔ بتایئے گیہوں کتنے رقبہ میں لگایا گیا ہے۔

حل : کھیت کی لمبائی = 40میٹر

کھیت کی چوڑائی = 35میٹر

کھیت کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

= 40میٹر × 35میٹر

= 1400مربع میٹر

کھیت میں لگے چنے والے حصے کا رقبہ = 400 مربع میٹر

کھیت میں لگے گیہوں والے حصہ کا رقبہ = کل کھیت کا رقبہ - چنے والے حصے کا رقبہ

= 1400 مربع میٹر - 400مربع میٹر

= 1000مربع میٹر

مثال : 4

ایک مستطیل نما گتے کا رقبہ 300 مربع میٹر ہے اور اس کی لمبائی 25 میٹر ہے۔ گتے کی چوڑائی معلوم کیجیے۔

حل : مستطیل نما گتے کا رقبہ = 300 مربع میٹر

لمبائی = 25 میٹر چوڑائی = ؟

مستطیل کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

اس لئے چوڑائی = $\frac{\text{رقبہ}}{\text{لمبائی}}$ = $\frac{300}{25}$ = 12میٹر

یعنی مستطیل نما گتے کی چوڑائی 12 میٹر ہے۔

مثال: 5 راکیش 5 میٹر چوڑائی اور 6 میٹر لمبائی والے ایک کمرے میں ایک مربع نما ٹائلس لگانا چاہتا چاہتاہے۔ اگر ہر ایک مربع نما ٹائل کا ضلع 0.5 میٹر ہو تو کمرے کا فرش کو ڈھکنے کے لیے کتنی ٹائلوں کی ضرورت ہوگی؟

حل:

کمرے کی لمبائی = 6 میٹر

کمرے کی چوڑائی = 5 میٹر

یعنی فرش کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

= 6 میٹر × 5 میٹر

= 30 مربع میٹر

ایک مربع نما ٹائل کا رقبہ = ضلع × ضلع

= 0.5 میٹر × 0.5 میٹر

= 0.25 مربع میٹر بھی

ضروری کچھ ٹائلوں کی تعداد = $\frac{\text{فرش کا رقبہ}}{\text{ایک ٹائل کا رقبہ}}$

$= \frac{30}{0.25} = \frac{3000}{25} = 120$ ٹائلس

مثال: 6

اگر ایک مربع کے ضلع کو دو گنا کر دیا جائے تو رقبہ پہلے والے مربع کے رقبہ سے کتنا گنا ہو جائے گا؟

حل: مان لیجیے کہ مربع کا ضلع = x میٹر

تو مربع کا رقبہ = ضلع x ضلع

= x × x مربع میٹر

= x^2 مربع میٹر

مربع کا ضلع دوگنا کرنے پر ضلع کی لمبائی = 2x میٹر

اب مربع کا رقبہ = 2x × 2x میٹر

= 4x2 مربع میٹر

اس لیے ظاہر ہو گیا کہ ضلع کی لمبائی دوگنی کرنے پر بنے نئے مربع کا رقبہ پہلے والے مربع کے رقبہ کا چار گنا ہو جائیگا۔

سوالنامہ : 13.2

(1) ان مستطیلوں کا رقبہ معلوم کیجیے جن کے ضلع نیچے دیئے گئے ہیں۔

(a) لمبائی 3.5 سنٹی میٹر اور چوڑائی 2.5 سنٹی میٹر

(b) لمبائی 12 سنٹی میٹر اور چوڑائی 6 سنٹی میٹر

(c) لمبائی 7 سنٹی میٹر اور چوڑائی 70 سنٹی میٹر

(d) لمبائی 3 کیلو میٹر اور چوڑائی 800 میٹر

2. ان مربعوں کا رقبہ معلوم کیجیے جن کے ضلع درج ذیل ہیں۔

(a) 6 سنٹی میٹر (b) 9 سنٹی میٹر (c) 4 میٹر

3. ایک مستطیل نما باغیچے کا رقبہ 144 مربع میٹر ہے۔ اگر اس کی چوڑائی 24 میٹر ہے تو باغیچے کی لمبائی معلوم کیجیے۔

4. ایک 12 سینٹی میٹر x 10 سینٹی میٹر مستطیل نما کاغذ کے ٹکڑے میں 2 مربع سینٹی میٹر کے کتنے ٹکڑے کاٹے جاسکتے ہیں؟ استعمال کر کے جانچیے۔

5. ایک کمرے کی مستطیل فرش پر 6 میٹر 50 سنٹی میٹر چوڑائی 2 میٹر 50 سینٹی میٹر ہے اس فرش پر 5 سینٹی میٹر x 10 سینٹی میٹر ٹائلس بچھانے بچھانے کا خرچ معلوم کیجیے؟ جب کہ ایک ٹائل کی قیمت 5 روپے ہے۔

6. ایک میز کی اوپری مستطیل نما سطح کی لمبائی 2 میٹر اور چوڑائی 0.5 میٹر ہے۔ اسے پوری طرح سن مائیکا سے ڈھکنے کا خرچ روپے میں معلوم کیجیے۔ جب کہ سن مائیکا کی قیمت 1.80 روپے فی مربع میٹر ہے۔

7. ایک دیوار کی لمبائی 30 میٹر اور اونچا 2 میٹر ہے۔ دیوار پر پوتائی کرانے کا خرچ معلوم کیجیے جبکہ پوتائی کا خرچ 50 پیسے فی مربع سنٹی میٹر ہے۔

8. 6.5 میٹر لمبائی اور 4.0 میٹر چوڑائی والے مستطیل نما ایک قطعہ اراضی پر 1.5 میٹر ضلع والے مربع نما پھولوں کی 2 کیاریاں بنائی گئی ہیں۔ قطعہ اراضی کے باقی حصہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

9. ایک ٹائل (Tile) کی پیائش 6 سنٹی میٹر ×5 سنٹی میٹر ہے۔ تب پتا کریں کہ دیئے رقبوں کو پورے طور پر ڈھکنے کے لیے کتنی ٹائلوں (Tiles) کی ضرورت ہوگی۔ رقبوں کی پیائش ذیل کے مطابق ہیں۔

(a) 150 سنٹی میٹر اور 120 سنٹی میٹر ہے۔

(2) 145 سنٹی میٹر اور 30 سنٹی میٹر ہے۔

باب- 14

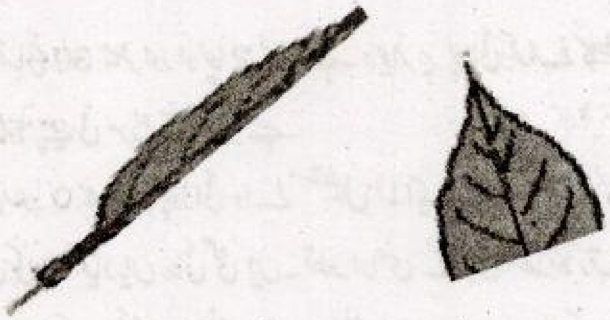
تشاکل(Symmetry)

14.1 تمہید:

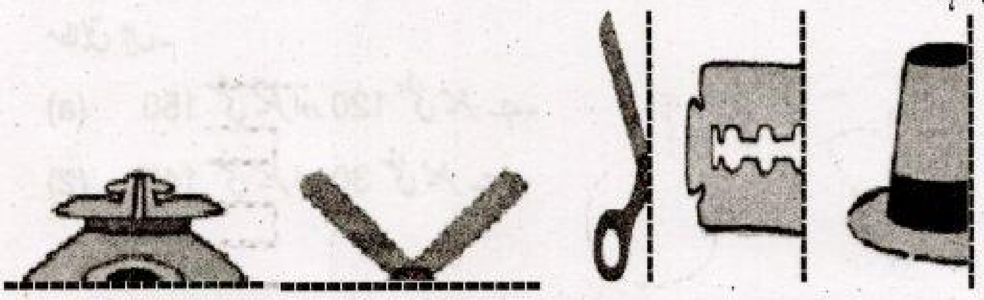
آپ نے پچھلی جماعت میں تشاکل کے بارے میں پڑھا ہے۔ آیئے اس کو دہرائیں اور سمجھیں۔

آئینے کا کمال:

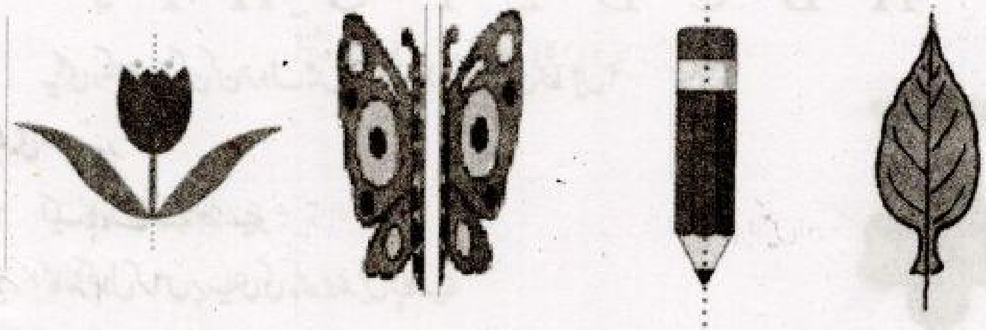
یہاں آدھی پتی کی دو شکلیں ہیں۔ ان میں پتی کو دو الگ الگ طرح سے کاٹ کر نصف کیا گیا ہے۔ جہاں سے کاٹ کر نصف کیا گیا ہے وہاں۔ ٹوٹی لائن بنی ہیں۔ دونوں تصویروں میں ٹوٹی لائن پر آئینہ رکھ کر دیکھئے کس تصویر پر کانچ رکھنے سے پوری پتی دکھائی دیتی ہے اور کس تصویر میں نہیں؟۔



نیچے دی گئی تصویروں میں ٹوٹی لائن پر آئینہ رکھ کر دیکھئے، کس میں تصویر پورا ہوتا ہے اور کس میں نئی تصویر بنتی ہے؟



جن تصویروں میں ٹوٹی لائن پر آئینہ رکھنے سے پوری تصویر واضح ہوتی ہے ان میں تشاکل ہے۔



ایسی شکلیں جنھیں کسی خاص جگہ سے موڑا یا کاٹا جائے اور دونوں حصے ایک دوسرے کو پوری طرح سے ڈھک لیں، وہ متشاکل شکلیں ہیں۔ جس خط کے ساتھ انہیں کاٹا جائے یا موڑا گیا ہے اسے محور یا تشاکلی خط کہتے ہیں۔ اوپر تصویر میں تشاکلی خط کو ظاہر کیا گیا ہے۔

اگر ہم شکل کے موڑنے والے مقام پر ایک آئینہ کو رکھ دیتے ہیں تو یہ ہمیں آئینہ میں دیکھنے پر پوری دکھائی دیں گی یا ہم اسے اس خط پر موڑیں تو دوسرا حصہ مکمل طور پر ڈھک جائے گا۔ یہ خطوط تشاکلی خط یا تشاکلی محور کہلاتی ہیں۔

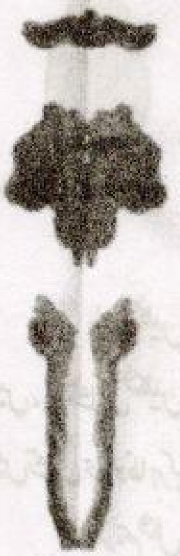
آپ بھی اپنے آس پاس بہت سی چیزیں ایسی دیکھتے ہوں گے جہاں آپ کو تشاکل دکھائی پڑتا ہوگا، جیسے: بہت سے پھول کچھ عمارت، جانور کے عضو وغیرہ۔ ایسی 5 چیزوں کی تصویر بنائیں اور تشاکلی محور بھی دیکھائیں۔

کچھ کریں:

1- نیچے کی شکلوں میں تشاکل محور کھینچیے۔

2- نیچے انگریزی حروف تہجی کے پہلے 10 حروف کو لکھا گیا ہے۔ کن کن حروف میں تشاکلی خط ہیں۔؟

A B C D E F G H I J



یہ بھی دیکھیں کہ کن کن حروف میں ایک سے زیادہ تشاکل خط ہیں؟

سرگرمی-1

☆ ایک کاغذ بیچ سے موڑیے

☆ کاغذ کھول کر اس پر سیاہی کی کچھ بوندیں ٹپکایئے

☆ پھر اسے اسی موڑ پر موڑیے و دبایئے۔

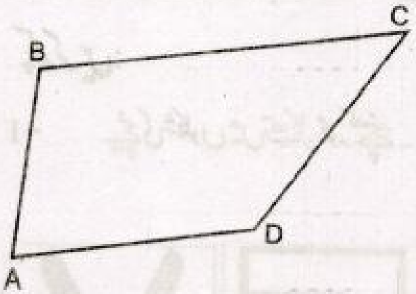
☆ اب کاغذ کو کھولیے۔ آپ کو موڑ کے دونوں جانب ایک ہی طرح کی شکل ملیں گی (تصویر)

یہ شکل اور آپ کے ذریعہ بنائی گئی شکل دونوں متشاکل شکلیں ہیں۔ اسی طرح 2 سیاہی کی بوندوں کو کاغذ پر الگ الگ جگہ ٹپکا کر نئی متشاکل شکلیں بنا کر دیکھیے۔

خود کیجیے:

اپنے آس پاس دکھائی دینے والی 20 چیزوں کی تصویر اکھٹا کیجیے۔ ان شکلوں میں سے متشاکل شکلوں کو چھانٹیے، اس پر تشاکلی خط دکھایئے۔

سرگرمی- 2

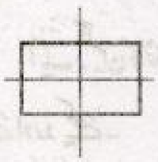


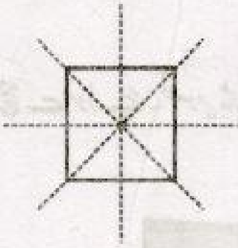
سہل اقلیدی شکلوں کی قسم سے ہی ہم یہ نہیں کہہ سکتے ہیں اُس میں تشاکلی خط یا محور ہیں یا نہیں؟

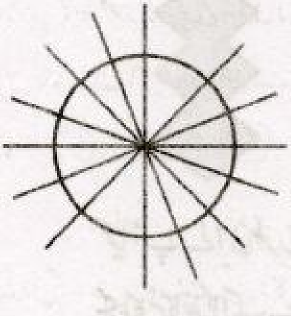
یہ صرف یہ کہہ دینے سے بات نہیں بنتی کہ ایک ذو اربعۃ الاضلاع میں کتنے تشاکل خط ہیں کیونکہ اگر ذو اربعۃ الاضلاع مختلف الاضلاع ہو تو شاید اس میں کوئی بھی تشاکلی محور نہ ہو۔

کیا آپ سامنے دیئے گئے مختلف الاضلاع ذو اربعۃ الاضلاع میں کوئی تشاکلی محور ڈھونڈ سکتے ہیں۔

لیکن اگر ہم مستطیل مربع، مثلث متساوی الاضلاع وغیرہ کی بات کریں تو ان میں ہمیں ایک سے زائد تشاکلی محور حاصل ہو جائیں گے۔

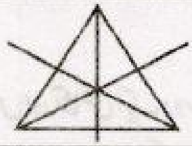






اسی طرح الگ الگ ذو اربعۃ الاضلاع کے تشاکلی محوروں کی تعداد بھی الگ الگ ہوگی۔ غور کیجئے ایک دائرہ میں کتنی تشاکلی خطوط یا محور ہوتے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ دائرہ کے ہر قطر دائرہ دو برابر حصوں میں بانٹتا ہے۔ یعنی وہ دائرہ کی تشاکلی خط ہوا۔ چونکہ اس دائرہ میں ان گنت قطر کھینچے جاسکتے ہیں یعنی دائرہ میں ان گنت تشاکل خطوط ہوتے ہیں، اسی طرح نیچے دی گئی شکلوں میں تشاکل کے لئے جدول کو اپنی کاپی میں بنایئے اور پورا کیجئے۔

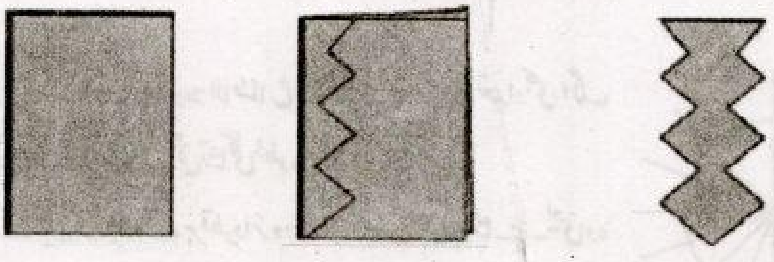
قسم	شکلی خاکہ یا شکل وشباہت	تشاکل
مثلث متساوی الاضلاع		3
متوازی زواربعۃ الاضلاع		
مستطیل		
مثلث متساوی الاساقین		
متساوی ذو اربعۃ الاضلاع		
خمسۃ الاضلاع		

کچھ کریں:

1۔ پیپل کا ایک پتا دیکھ کر بتائیں کیا وہ متشاکل ہے؟

خود کیجئے:

ایک رنگین کاغذ لے کر بیچ سے موڑیئے۔ تصویر میں دکھانے کی طرح قینچی سے کوئی شکل تراشئے۔ کاغذ کو کھولئے اور دیکھئے۔



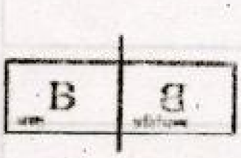
کیا آپ نے اس طرح کاغذ کو کاٹتے ہوئے کسی کو دیکھا ہے؟ کہاں۔

یہی کام کاغذ کو ایک سے زائد بار موڑ کر کیجئے۔ مزید ارشکلیں ملیں گی، جن کا استعمال اپنی جماعت یا کمرے کو سجانے میں کر سکتے ہیں۔

14.3 عکس اور متشاکل

عملیات، لائحہ عمل : 3

ایک آئینہ لیجئے، آئینہ کے سامنے عکس اور تشاکل ایک دوسرے سے جڑے ہیں۔ B کو رکھیں۔ تصویر میں انگریزی حرف B کا عکس ظاہر کیا گیا ہے۔ اگر آئینہ میں بنے عکس و حرف B کو دکھایا جائے تو دونوں شکلیں متشاکل ہوگی اور آئینہ ایک تشاکل خط ہوگا۔ آئینہ کے خط پر موڑنے سے B اور اس کا عکس ایک دوسرے کو ڈھک لیں گے۔ ایسا آپ اور حروف کے ساتھ بھی کریں۔ ہندی کے حروف تہجی لے کر بھی دیکھیں۔



جب چیز منعکس ہوتی ہے تب اس کی لمبائی اور زاویوں میں بالکل تبدیلی نہیں ہوتی صرف ان کا افقی