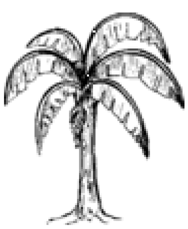
अध्याय-10 राशियों की तुलना

10.1 भूमिका

हमें अपने दैनिक जीवन में अनेक बार ऐसे अवसर प्राप्त होते हैं जहाँ पर दो राशियों की तुलना करने की आवश्यकता पड़ती है।



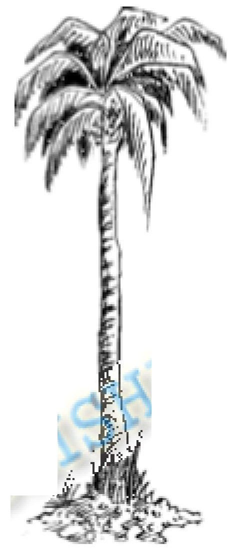
3 मीटर

मान लीजिए दो पेड़ों की ऊँचाई की तुलना कर रहे हैं हम पाते है कि

(i) खजूर, केले से 3 गुना लम्बा है।

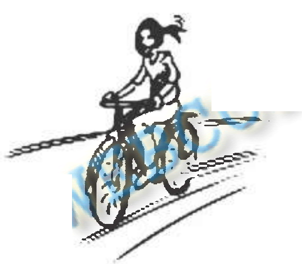
अथवा

(ii) केले की ऊँचाई, खजूर की ऊँचाई की एक तिहाई है।



9 मीटर

अत: केले के पेड़ और खजुर के पेड़ की उँचाई का अनुपात 1:3 है।



15 किमी./घंटा

एक और उदाहरण पर विचार कीजिए जिसमें हम साइकिल व स्कूटर की चालों की तुलना करते हैं।

(i) स्कूटर की चाल साइकिल के चाल की 4 गुना है।

(ii) या साइकिल की चाल स्कूटर की चाल का 1/4 वाँ भाग है।

60 किमी./घंटा

साईकिल एवं स्कूटर की चालों का अनुपात 1: 4 है।

प्रयास कीजिए

(i) रवीन्द्र एवं किशोर द्वारा गणित में प्राप्त अंक क्रमश: 65 एवं 62 है। इनके अंकों का अनुपात बताइए?

(ii) 5:7 का व्युत्क्रम अनुपात क्या होगा?

उदाहरण–1 : एक बक्से की लम्बाई 2 मीटर एवं चौड़ाई 80 सेमी. है। इसकी लम्बाई एवं चौड़ाई में अनुपात ज्ञात कीजिए।

हलः पहले दोनों राशियों को एक ही इकाई में लिखते हैं।

अतः 2 मीटर $= 2 \times 100$ सेमी. $= 200$ सेमी.

इस प्रकार लम्बाई : चौड़ाई $= 200$ सेमी. : 80 सेमी.

$= \frac{200}{80} = \frac{5}{2} = 5:2$

> **ध्यान रहे कि तुलना करते समय दोनों राशियों की इकाइयाँ भी समान होनी चाहिए।**

उदाहरण–2 : यदि प्रवीण की ऊँचाई 150 सेमी. तथा गुंजन की ऊँचाई 60 सेमी. है तब उनकी ऊँचाइयों का अनुपात क्या होगा?

हल : प्रवीण की ऊँचाई : गुंजन की ऊँचाई $= 150$ सेमी. : 60 सेमी.

$= \frac{150}{60} = \frac{5}{2}$ (दोनों पदों में 30 से भाग देने पर)

यदि उपर्युक्त दोनों उदाहरणों पर ध्यान दें तो आप पायेंगे कि दो विभिन्न स्थितियों में तुलना करने पर एक ही अनुपात भी मिल सकता है।

अनुपात का सरलतम रूप (Simplest form of ratio): अनुपात का सरलतम रूप तब होता है जबकि इसके पूर्व एवं उत्तर दोनों पदों में इन्हें विभाजित करने वाली कोई उभयनिष्ठ संख्या न हो।

उदाहरण–3 : 36 तथा 24 में क्या अनुपात है? इसका सरल अनुपात ज्ञात कीजिए।

हलः 36 तथा 24 में अनुपात $= 36:24$

36 तथा 24 का महत्तम समापवर्त्तक हेतु क्रिया

म.स. = 2 × 2 × 3 = 12

2	36, 24
2	18, 12
3	9, 6
	3, 2

सरल अनुपात हेतु

$(36 \div 12) : (24 \div 12) = 3:2$

सरल अनुपात $= 3:2$

> **सरलतम अनुपात प्राप्त करने के लिए अनुपात के दोनों पदों में इनके महत्तम समापवर्तक का भाग देते हैं। प्राप्त भागफल का अनुपात सरलतम अनुपात होता हैं।**

10.2 तुल्य अनुपात

विभिन्न अनुपातों की भी आपस में तुलना की जा सकती है, जिससे यह पता चल सके कि वे तुल्य हैं अथवा नहीं। ऐसा करने के लिए हमें अनुपातों को पहले भिन्नों के रूप में लिखना पड़ता है और फिर उन्हें समान हर वाली भिन्नों में बदलकर उनकी तुलना करते हैं। यदि ये भिन्नें समान हैं तब हम कहते हैं कि दिये हुए अनुपात तुल्य हैं।

उदाहरण–4 : क्या अनुपात 2 : 3 अनुपात 3 : 5 के तुल्य है?

हलः जाँच करने के लिए, हमें देखना होगा कि क्या $\frac{2}{3}=\frac{3}{5}$ है?

हम पाते हैं $\frac{2}{3}=\frac{2\times5}{3\times5}=\frac{10}{15}$ तथा $\frac{3}{5}=\frac{3\times3}{5\times3}=\frac{9}{15}$

हम देखते हैं कि $\frac{10}{15}>\frac{9}{15}$ है। अर्थात $\frac{2}{3}>\frac{3}{5}$ है।

अतः अनुपात 2 : 3 अनुपात 3 : 5 के तुल्य नहीं है।

उदाहरण–5 : क्या अनुपात 5 : 6 अनुपात 25 : 30 के तुल्य है?

हलः जाँच करने के लिए, हमें देखना होगा कि क्या $\frac{5}{6}=\frac{25}{30}$ है?

हम पाते हैं $\frac{5}{6}=\frac{5\times5}{6\times5}=\frac{25}{30}$ तथा $\frac{25}{30}=\frac{25\times1}{30\times1}=\frac{25}{30}$

हम देखते हैं कि $\frac{25}{30}=\frac{25}{30}$ है। अर्थात $\frac{5}{6}=\frac{25}{30}$ है।

अतः अनुपात 5 : 6 अनुपात 25 : 30 के तुल्य है।

समानुपात (Proportion) : इलेश ने एक आदमी का चित्र बनाया लेकिन इस चित्र में गड़बड़ी हुई। इसमें आदमी का सिर, धड़ की अपेक्षा अधिक बड़ा दिख रहा है। हम जानते हैं कि आदमी के सिर व उसके धड़ के चित्र में एक निश्चित अनुपात होता हैं वही अनुपात उसके चित्र में भी नजर आना चाहिए। अर्थात् चित्र का सिर व धड़ वास्तविक आदमी के सिर व धड़ के समानुपात में होना चाहिए।

अर्थात् $\frac{\text{आदमी के सिर का आकार}}{\text{उसके धड़ का आकार}} = \frac{\text{चित्र में सिर का आकार}}{\text{चित्र में धड़ का आकार}}$

ऐसा होने पर ही सही अनुपात में चित्र बनेगा।

अभी हमने देखा है कि दो अनुपात तुल्य भी हो सकते हैं। दो अनुपात यदि तुल्य हों तो वे एक समानुपात बनाते हैं।

आइए इसका एक उदाहरण लेते हैं–

यदि 10 कुर्सियों का मूल्य 3000 रुपये हैं तथा इसी प्रकार की 12 कुर्सियों का मूल्य 3600 रुपये हैं तो,

कुर्सियों की संख्या में अनुपात = 10:12 या 5:6

कुर्सियों के मूल्यों में अनुपात = 3000:3600 या 5:6

स्पष्ट है कि 10:12 = 3000 : 3600

अर्थात् कुर्सियों की संख्या में वही अनुपात है जो उनके मूल्यों में अनुपात है।

यदि दो अनुपात परस्पर बराबर होते हैं तो उन्हें समानुपात कहते हैं। संख्याओं को समानुपात में होने पर दो अनुपातों के बीच :: चिह्न रखते हैं।

अर्थात यदि $a:b$ तथा $c:d$ आपस में बराबर हैं तो $a:b = c:d$ को समानुपात कहते हैं। a,b,c तथा d को समानुपाती संख्याएँ (Numbers in Proportion) कहते हैं। संख्याओं को समानुपात में रखने पर $a:b :: c:d$ लिखा जाता है। इन चारों पदों में पहला (a) तथा चौथा (d) पदों को बाह्य पद (Extreme Term) कहते हैं। दूसरे (b) तथा तीसरे (c) पदों को अंतः या मध्य पद (Middle Term) कहते हैं।

यदि $a:b :: c:d$ हैं तो $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

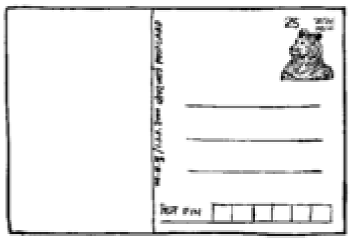
या $a \times d = b \times c$ अर्थात बाह्य पदों का गुणनफल = मध्य पदों का गुणनफल

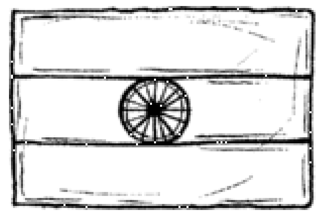
यदि $ad \neq bc$ तो a,b,c और d समानुपात में नहीं कहे जाते हैं।

वास्तविक जीवन में समानुपातों के व्यापक उपयोग ऐकिक नियम, नक्शा का चित्रांकन, समानुपातिक चित्रांकन इत्यादि में किया जाता है।

क्या आप जानते हैं कि राष्ट्रीय झंडे, पोस्टकार्ड इत्यादि लम्बाई एवं चौड़ाई के एक निश्चित अनुपात में ही बनाये जाते हैं, वह अनुपात अलग–अलग देशों के लिए भिन्न हो सकता

हैं ऐसा इसलिए क्योंकि जब सही अनुपात में कोई चित्र बनाया जाता है तभी वह देखने में मोहक एवं आकर्षक लगता है।





चित्र–10.2

हमने कक्षा–6 में ऐकिक विधि द्वारा प्रश्न हल करना सीखा है। इस विधि द्वारा पहले हम अनेक से एक और फिर वांछित संख्या के लिए मान ज्ञात करते हैं। आइए हम कुछ उदाहरण लेते हैं।

उदाहरण–6 : यदि 6 बल्बों की कीमत 78 रु. है, तो ऐसी ही 9 बल्बों की कीमत क्या होगा?

हलः इसे राजेश व सुनील ने अलग–अलग तरीकों से हल किया–

प्रथम विधि : (राजेश)

चूँकि 6 बल्बों की कीमत = 78 रु.

अतः 1 बल्ब की कीमत $= \frac{78}{6}$

अतः, 9 बल्बों की कीमत $= \frac{78}{6} \times 9 = 117$ रु.

दूसरी विधि : (सुनील)

कीमत	78	x
बल्बों की संख्या	6	9

माना कि 9 बल्बों की कीमत x रु. है।

तो $78 : x :: 6 : 9$ या, $\frac{78}{x} = \frac{6}{9}$ या, $78 \times 9 = 6 \times x$

या, $\frac{78 \times 9}{6} = x$ या, $x = 117$ रू.

अतः 9 बल्बों की कीमत $= 117$ रु.

दूसरी विधि में पहले समानुपात बनाकर फिर एक समीकरण प्राप्त किया और हल निकाला। पहली विधि में पहले 1 वस्तु की कीमत निकालकर फिर वांछित वस्तुओं की कीमत ज्ञात की। इस प्रकार इसमें ऐकिक विधि का प्रयोग किया गया।

आइए, एक अन्य उदाहरण लेते है :–

उदाहरण–7 : एक मजदूर 15 दिनों में 1815 रु. कमाता है। यदि वह 8 दिनों तक ही काम करना चाहे तो उसे कितनी मजदूरी प्राप्त होगी?

हल: पहली विधि: चूँकि 15 दिनों की मजदूरी $= 1815$ रु.

अतः 1 दिन की मजदूरी $= \frac{1815}{15} = 121$ रु.

अतः 8 दिनों की मजदूरी $= 121 \times 8$ रु. $= 968$ रु.

दूसरी विधि :

मजदूरी (रु. में)	1815	x
दिनों की संख्या	15	8

माना कि मजदूरी x रु. है

तो $1815 : x :: 15 : 8$ $\Rightarrow \frac{1815}{x} = \frac{15}{8}$ $\Rightarrow 1815 \times 8 = x \times 15$

$\Rightarrow \frac{1815 \times 8}{15} = x$ $\Rightarrow x = 968$ रु.

प्रश्नावली–10.1

1. अनुपात ज्ञात कीजिए–

(a) 3 किग्रा. का 600 ग्रा. से। (b) 2 घंटे का 30 मिनट से।

(c) 340 सेमी. का 4 मीटर से। (d) 75 रुपये का 200 पैसे से।

2. निम्नलिखित अनुपातों का सरलतम रूप लिखिए–

(a) 45:60 (b) 144:84 (c) 184:12

3. उपेन्द्र का वेतन 42000 रु. प्रतिमाह है और वह प्रतिमाह 6000 रु. आयकर में जमा करते हैं। ज्ञात कीजिए–

(a) आय का आयकर के साथ अनुपात (b) आयकर का आय के साथ अनुपात

(c) क्या ये दोनों अनुपात तुल्य है?

4. एक रिबन (Ribbon) की लम्बाई 10 मीटर एवं इसकी चौड़ाई 25 सेमी. है। निम्न का अनुपात ज्ञात कीजिए–

(a) लम्बाई का चौड़ाई के साथ (b) चौड़ाई का लम्बाई के साथ

(c) क्या दोनों अनुपात तुल्य है?

5. निम्नलिखित अनुपातों का दो तुल्य अनुपात ज्ञात कीजिए–

(a) 3:7 (b) 4:9

6. यदि किसी समानुपात के प्रथम तीन पद 3, 5 तथा 12 है तो चौथा पद ज्ञात कीजिए।

7. यदि $3:x::9:15$ हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।

8. बाजार में केले 18 रु. प्रति दर्जन बिक रहे है, तो 10 केलों का मूल्य क्या होगा?

9. मिठाई बनाने में चीनी और खोये का अनुपात 3:7 रखा जाये तो 12 किग्रा. चीनी की मिठाई बनाने हेतु कितने खोये की आवश्यकता होगी?

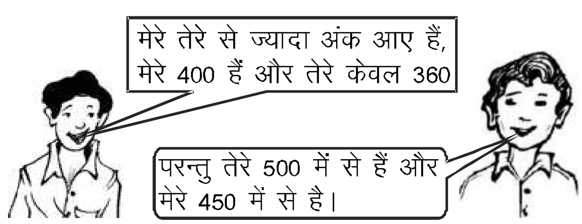
10. एक मोटरसाइकिल 2 ली. में 120 किमी. दूरी तय करता है। बताइए 300 किमी. दूर तक जाने में कितने लीटर पेट्रोल की आवश्यकता होगी?

11. एक मकान का 4 माह का किराया 10,000 रुपये हैं तो पूरे वर्ष का किराया बताइए।

10.3 प्रतिशतता (Percentage)

अभिषेक व अनवर के आज परीक्षाफल आये हैं। वे दोनों अपना परीक्षाफल देखकर बात करते है।

	अभिषेक	अनवर
पूर्णांक	500	450
प्राप्तांक	400	360



आप बताइए किसका परीक्षाफल अच्छा रहा?

दोनों अनवर की बड़ी बहन शबनम के पास जाते हैं। शबनम ने कहा बिना कुल अंक देखे इस तरह तुलना नहीं की जा सकती है।

इसमें हम पूर्णांकों के एक समान आधार पर प्राप्तांकों की तुलना करनी होगी। आधार समान करने के लिए हमने ऐकिक नियम भी पढ़ा है।

अनवर के 450 में से प्राप्त अंक = 360 अभिषेक के 500 में से प्राप्त अंक =400

अनवर के 1 में से प्राप्त अंक $= \frac{360}{450}$

अनवर के 500 में से प्राप्त अंक $= \frac{360}{450} \times 500 = 400$

इस प्रकार दोनों के अंको की एक समान आधार 500 पर तुलना करने पर हमें पता चला कि दोनों का परीक्षाफल समान हैं।

इस प्रकार तुलना करने के लिए आधार रूप में 100, 1000, 10000 या किसी भी अन्य सुविधाजनक संख्या का प्रयोग कर सकते हैं।

पुनः अभिषेक के 500 में से प्राप्त अंक = 400

अभिषेक के 1 में से प्राप्त अंक $= \frac{400}{500}$

अभिषेक के 100 में से प्राप्त अंक $= \frac{400}{500} \times 100 = 80$

$\because$ अनवर के 450 में से प्राप्त अंक = 360

अनवर के 1 में से प्राप्त अंक $= \frac{360}{450}$

अनवर के 100 में से प्राप्त अंक $= \frac{360}{450} \times 100 = 80$

इस प्रकार दोनों के 100 में से प्राप्त अंक क्रमशः 80, 80 हैं।

इस प्रकार तुलना करने के लिए यदि समान आधार 100 लेते हैं तब इसे प्रतिशत कहते हैं।

"प्रतिशत एक भिन्न है जिसका हर सदा 100 रहता है और अंश प्रतिशत की संख्या होती है।"

प्रतिशत को संकेत में % द्वारा प्रदर्शित करते हैं। जैसे – 50 प्रतिशत का अर्थ है प्रत्येक 100 में 50 । इसे संकेत में 50% लिखते हैं। इसका भिन्न रूप $\frac{50}{100}$ है तथा इसको दशमलव में 0.5 लिखते हैं। इस प्रकार **"प्रतिशत को साधारण भिन्न या दशमलव के रूप में भी प्रकट किया जा सकता है।"**

10.3.1 भिन्न संख्याओं को प्रतिशत में बदलना–

भिन्न संख्याओं में हर कोई भी संख्या हो सकती हैं। उनकी तुलना करने के लिए हमें उनके हरों को समान करना पड़ता हैं, और देख चुके हैं कि जब उनमें प्रत्येक का हर 100 हो तो तुलना करना ज्यादा आसान होता हैं यानी हम भिन्नों को प्रतिशत में बदल रहे हैं। आइए अब हम कुछ भिन्नों को प्रतिशत में बदलने का प्रयत्न करें।

उदाहरण–8. $\frac{3}{5}$ को प्रतिशत रूप में लिखिए।

हल : $\frac{3}{5}$ का प्रतिशत रूप $= \frac{3}{5} \times \frac{100}{100} = \frac{3 \times 20}{100} = \frac{60}{100} = 60\%$

उदाहरण–9. किसी कक्षा के 32 विद्यार्थियों में से 8 अनुपस्थित हैं। अनुपस्थित विद्यार्थियों का प्रतिशत क्या है? विद्यार्थियों की प्रतिशत उपस्थिति भी ज्ञात कीजिए।

हल : कक्षा के कुल विद्यार्थियों की संख्या $= 32$

अनुपस्थित विद्यार्थियों की संख्या $= 8$

अनुपस्थित विद्यार्थियों का प्रतिशत $= \left(\frac{8}{32} \times 100\right)\% \quad = \frac{1}{4} \times 100$

$= \frac{100}{4} = 25\%$

अथवा, उपस्थित विद्यार्थियों का प्रतिशत $= 100 -$ अनुपस्थित विद्यार्थियों का प्रतिशत

$= (100 - 25)\% \quad = 75\%$

प्रयास कीजिए

1. निम्नलिखित भिन्नों को प्रतिशत में बदलिए।

(i) $\frac{8}{25}$ (ii) $5\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{4}{4}$ (iv) $\frac{49}{50}$

2 एक दुकान में विभिन्न आकारों के निम्नलिखित जोड़े जूते उपलब्ध है–

आकार	2	3	4	5	6
जूतों की संख्या	20	30	28	14	8

प्रत्येक आकारों में उपलब्ध जूते का प्रतिशत क्या है?

10.3.2 दशमलव भिन्न को प्रतिशत में बदलना–

आइए कुछ उदाहरण लें–

उदाहरण–10. दिए गए दशमलव को प्रतिशत में बदलिए–

(a) 0.49 (b) 3.75 (c) 0.009

हल : (a) $0.49 = \frac{0.49 \times 100}{100} = \frac{49}{100} = 49\%$

(b) $3.75 = \frac{3.75 \times 100}{100} = \frac{375}{100} = 375\%$

(c) $0.009 = \frac{0.009 \times 100}{100} = \frac{0.9}{100} = 0.9\%$

अतः स्पष्ट है कि यदि कोई दशमलव का प्रतिशत में बदलना हो तो हर को 100 रखते हुए दशमलव को भिन्न में बदलते हैं।

स्वयं करके देखिए

निम्नलिखित दशमलवों को प्रतिशत में बदलिए।

(a) 0.33 (b) 4.5 (c) 6.75

10.3.3 प्रतिशत को साधारण भिन्न या दशमलव में बदलना–

अभी तक हमने साधारण या दशमलव भिन्न को प्रतिशत में बदला। सोचिए क्या हम इसके विपरीत किसी प्रतिशत को साधारण या दशमलव भिन्न में बदल सकते हैं।

आइए कुछ उदाहरण लेकर देखें–

उदाहरण–11. निम्न प्रतिशत को साधारण भिन्न में बदलिए–

(a) 75% (b) 20% (c) $3\frac{1}{5}\%$

हल : (a) $75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$ (b) $20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

(c) $3\frac{1}{5}\% = \frac{16}{5}\% = \frac{16}{5\times100} = \frac{4}{125}$

हमने देखा कि एक प्रतिशत को भिन्न में बदलते समय संख्या का हर 100 रखते हुए लिखते हैं और इस भिन्न का लघुतम रूप प्राप्त करते हैं।

उदाहरण–13. प्रतिशत को दशमलव में बदलिए–

(a) 40% (b) $12\frac{1}{5}\%$ (c) 10.2%

हल : (a) $40\% = \frac{40}{100} = 0.40$

(b) $12\frac{1}{5}\% = 12.2\% = \frac{12.2}{100} = 0.122$

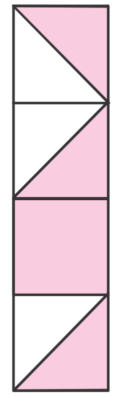
(c) $10.2\% = \frac{10.2}{100} = 0.102$

स्पष्ट है कि प्रतिशत को भिन्न में बदलते समय सर्वप्रथम हर को 100 रखते हैं और तब इस भिन्न के अंश को 100 से भाग देकर दशमलव में बदलते हैं।

10.3.4 अनुमान के साथ मनोरंजन

प्रतिशतता एक दिए गए क्षेत्रफल के किसी भाग का अनुमान लगाने में भी सहायता करती है।

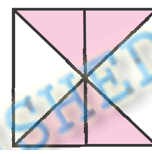
आइए, कुछ उदाहरण लें



(a) हमें दी गई आकृति में पूर्ण आकृति का कितना भाग छायांकित है, ज्ञात करना है। इसके लिए सबसे पहले भिन्न से छायांकित भाग की प्रतिशतता ज्ञात कर लेते हैं।

चित्र में $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{1+1+2+1}{8}=\frac{5}{8}$

तथा $\frac{5}{8}=\left(\frac{5}{8}\times 100\right)\%=\frac{500}{8}\%=62.5\%$ इस प्रकार 62.50% छायांकित भाग है।

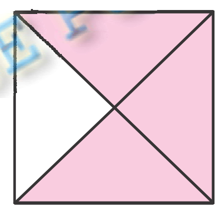


(b) चित्र से स्पष्ट है कि पूर्ण आकृति का आधा भाग छायांकित है।

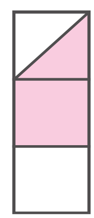
अत : $\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times 100\%=50\%$ इस प्रकार 50% छायांकित भाग है।

प्रयास कीजिए

निम्न चित्रों में रंगीन भाग आकृति के कुल क्षेत्र का कितना प्रतिशत हिस्सा है।



(i)



(ii)

10.4 प्रतिशतता के उपयोग

10.4.1 अभी तक हमने यह देखा कि तुलना करने के लिए प्रतिशत कितना उपयोगी है। हमने साधारण एवं दशमलव भिन्नों को प्रतिशत में बदलना भी सीखा। अब निम्न कथनों पर विचार कीजिए–

– शिवम् अपनी आय का 10% बचत करता है।

– जहाँगीर को प्रत्येक पुस्तक बेचने पर 15% का लाभ मिलता है।

– बिहार राज्य की विकास दर 11% पहुँच चुकी है।

– बाजार में खादी वस्त्रों पर 25% की छूट दी गई है।

इन प्रत्येक कथनों से आप क्या निष्कर्ष निकाल सकते हैं?

पहले कथन में हमारा तात्पर्य है 100 में से 10 भाग तथा इसे हम लिखते हैं $\frac{10}{100}$ । इसका अर्थ है कि शिवम अर्जित किए गए प्रत्येक 100 रु. में से 10 रु. बचाता है। इसी प्रकार आप भी अन्य कथनों के अर्थ लगाइए।

10.4.2 प्रतिशतता से संख्या ज्ञात करना–

आइए एक उदाहरण लें–

उदाहरण–13. वर्ग VII के 60 बच्चों के सर्वेक्षण से पता चला कि 30% मध्याह्न भोजन के समय चावल–कढ़ी खाना पसंद करते हैं। तो कितने बच्चों को चावल–कढ़ी खाना पसंद है।

हल : वर्ग VII में बच्चों की कुल संख्या 60 है। इनमे से 30% चावल कढ़ी भोजन पसंद करते हैं। कक्षा के अनुपम एवं राखी ने ऐसे बच्चों की संख्या ज्ञात करने के निम्न तरीकों का प्रयोग किया।

अनुपम

100 में से चावल कढ़ी भोजन करने वालों की संख्या $= 30$

$\therefore$ 1 में से चावल कढ़ी भोजन करने वालों की संख्या $= \frac{30}{100}$

अतः 60 में से चावल कढ़ी भोजन करने वालों की संख्या $= \frac{30}{100} \times 60 = 18$

राखी

60 का 30 प्रतिशत अतः $= 60 \times 30\%$

$= 60 \times \frac{30}{100}$

$= \frac{60 \times 30}{100} = 18$

इस प्रकार 60 बच्चों में से 18 बच्चे चावल–कढ़ी भोजन करना पसंद करते हैं।

ऊपर के उदाहरण को ध्यान से देखने पर पता चलता है कि अनुपम ने बच्चों की संख्या ज्ञात करने के लिए ऐकिक विधि का प्रयोग किया। जबकि राखी ने सर्वप्रथम दिए गए प्रतिशत को साधारण भिन्न में बदला है। फिर उसने दी गई राशि को इस साधारण भिन्न से गुणा कर अभीष्ट संख्या प्राप्त की है। आप भी इन विधियों का प्रयोग कर निम्न प्रश्नों को हल करें।

1. (a) 400 का 8% (b) 350 का 20% (c) 40 का 40%
2. दक्ष पूरे वर्ष में 240 दिन चलने वाली पाठशाला में 80% उपस्थित रहा, तो ज्ञात कीजिए कि वह कितने दिन पाठशाला गया?

उदाहरण–14. शुभम अपने पिताजी की मासिक आय का 15% बचत करके 450 रुपये जमा कर लेता है। ज्ञात कीजिए कि शुभम के पिताजी की मासिक आय क्या थी?

हल : इन प्रश्नों का हल कक्षा में निकालने के लिए शिवम एवं हिना प्रयास करतें है। आइए देखें दोनों ने शुभम के पिताजी की मासिक आय कैसे ज्ञात किया?

शिवम

वास्तविक आय का 15% = 450 रु.

माना कि वास्तविक आय x रु. है।

अतः x का 15% = 450

अर्थात् $x \times \frac{15}{100} = 450$

या, $x = \frac{450 \times 100}{15} = 3000$

अतः x = 3000 रु.

हिना

∵ 15रु. की बचत प्रत्येक 100रु. पर होती है।

तब 1 रु. की बचत होगी $\frac{100}{15}$

तब 450 रु. पर बचत होगी

$\frac{100}{15} \times 450 = 3000$ रु.

प्रश्नावली–10.2

1. **दी गई भिन्न संख्याओं को प्रतिशत में बदलिए।**

   (a) $\frac{3}{10}$ (b) $\frac{2}{5}$ (c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{5}{8}$ (e) $\frac{7}{12}$

2. **दी गई दशमलव भिन्नों को प्रतिशत में बदलिए।**

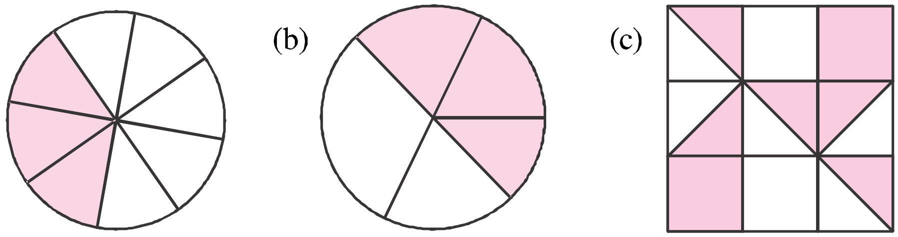
   (a) 0.45 (b) 1.25 (c) 3.2 (d) 0.375

3. **दिए गए प्रतिशत को साधारण व दशमलव भिन्नों में बदलिए और अपने उत्तर को सरलतम रूप में लिखिए।**

   (a) 25% (b) 18% (c) $12\frac{3}{4}\%$ (d) 60%

4. नीचे दिए गए चित्रों का कितना प्रतिशत भाग छायांकित है?

(a) (b) (c)



5. एक व्यक्ति की मासिक आय 7000 रु. है तथा वह 1400 रु. प्रतिमाह बचाता है तो वह अपनी आय का कितना प्रतिशत वह खर्च करता है ?

6. एक आदमी अपनी आय का चौथाई भाग भोजन पर, 15% शिक्षा पर तथा 22% किराया पर खर्च करता है । यदि वह 266 रु. बचाता है तो उसकी आय क्या है ?

7. एक शहर की जनसंख्या प्रतिवर्ष 5% बढ़ जाती है। यदि उसकी वर्तमान जनसंख्या 5,14,700 है तो अगले वर्ष इसकी जनसंख्या क्या होगी।

8. किसी विद्यालय के छात्र संघ के निर्वाचन में अध्यक्ष पद के लिए दो छात्रों में सीधी टक्कर थी। यदि विजयी छात्रा को कुल 55% वोट मिले और वह 70 मतों से विजयी हुआ तो कुल कितने वैध मत पड़े और पराजित प्रत्याशी को कितने वोट मिले?

9. एक कुर्सी और एक टेबल दोनों की कुल कीमत 2800 रु. है । यदि कुर्सी की कीमत टेबल की कीमत से 40% कम है तो कुर्सी की कीमत बताइए ।

10.4.3 अनुपातों से प्रतिशत

कभी–कभी किसी वस्तु या राशि के भाग अनुपात के रूप में दिए होते हैं और हमें उन्हें प्रतिशत के रूप में बदलना पड़ता है । आइए हम एक उदाहरण लेते हैं–

उदाहरण–15. गुंजन ने बताया कि खीर बनाने के लिए 1 भाग चावल की मात्रा, 2 भाग चीनी एवं 10 भाग दूध की आवश्यकता होती है। खीर के ऐसे मिश्रण में चावल, चीनी एवं दूध का प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

हल : मिश्रण को अनुपात रूप में इस प्रकार लिखा जाएगा ।

चावल : चीनी : दूध = 1 : 2 : 10

अब कुल भाग = 1 + 2 + 10 = 13 अर्थात् मिश्रण में $\frac{1}{13}$ भाग चावल $\frac{2}{13}$ भाग चीनी एवं $\frac{10}{13}$ भाग दूध है ।

अतः चावल का प्रतिशत होगा $\frac{1}{13} \times 100 = \frac{100}{13} = 7\frac{9}{13}\%$

चीनी का प्रतिशत होगा $\frac{2}{13} \times 100 = \frac{200}{13} = 15\frac{5}{13}\%$

दूध का प्रतिशत होगा $\frac{10}{13} \times 100 = \frac{1000}{13} = 76\frac{12}{13}\%$

उदाहरण–16. यदि 500 रु. को रवि, मुकेश एवं सुरेश में इस प्रकार बाँटे कि रवि को दो भाग मुकेश को तीन भाग एवं सुरेश की पाँच भाग मिले । इस बँटवारे में प्रत्येक को कितना धन मिला तथा उनका प्रतिशत कितना था?

हल : प्रत्येक के भाग को अनुपात रूप इस प्रकार लिखा जाएगा ।

रवि	:	मुकेश	:	सुरेश
2	:	3	:	5

सभी भागों का योग 2 + 3 + 5 = 10

कुल राशि में प्रत्येक का प्रतिशत	प्रत्येक को मिली राशि
रवि को मिला $\frac{2}{10} \times 100 = 20\%$	रवि को मिला $\frac{2}{10} \times 500$ रु. = 100 रु.
मुकेश को मिला $\frac{3}{10} \times 100 = 30\%$	मुकेश को मिला $\frac{3}{10} \times 500$ रु. = 150 रु.
सुरेश को मिला $\frac{5}{10} \times 100 = 50\%$	सुरेश को मिला $\frac{5}{10} \times 500$ रु. = 250 रु.

स्वयं कीजिए

1. यदि किसी त्रिभुज के कोणों में अनुपात 2 : 3 : 5 है तब उसके प्रत्येक कोण की माप क्या होगी ?
2. 20 वस्तुओं को मोनू एवं सोनू में इस प्रकार बाँटिए कि उन्हें कुल का क्रमशः 30% एवं 70% मिले ।

10.4.4 बढ़त या घटत प्रतिशत रूप में

कभी–कभी हमें किसी राशि में हुई बढ़त या घटत को प्रतिशत रूप में ज्ञात कर समझना ऐसे समझने से अधिक उपयुक्त दिखता है।

उदाहरण के लिए यदि किसी शहर की जनसंख्या 2,20,000 से बढ़कर 2,42,000 हो गई तब ऐसी स्थिति में जनसंख्या की वृद्धि को प्रतिशत के रूप में समझना अधिक आसान होता है जैसे यह कहें कि प्रदेश की जनसंख्या 10% बढ़ गई। किसी राशि के बढ़ने या घटने को कुल राशि के प्रतिशत के रूप में गणना करने के लिए आइए एक उदाहरण लें–

उदाहरण–17. बढ़त या घटत का प्रतिशत ज्ञात करें, यदि

(a) किसी कमीज का मूल्य 280 रु. से घटकर 250 रु हो जाता है।

(b) प्रवीण को जाँच परीक्षा में अंक 40 से बढ़कर 70 हो जाता है।

हल : (a) कमीज का सही मूल्य = 280 रु.

कमीज का घटा मूल्य = 250 रु.

मूल्य में कमी = (280 – 250) रु. = 30 रु.

$$\text{मूल्य में प्रतिशत कमी} = \frac{\text{मूल्य में कमी}}{\text{आधार मूल्य}} \times 100$$

$$= \frac{30}{280} \times 100 = \frac{300}{28} = \frac{75}{7} = 10\frac{5}{7}\%$$

अतः घटने का प्रतिशत $10\frac{5}{7}\%$ है।

(b) प्राप्तांक में बढ़त = 70 – 40 = 30

$$\text{प्राप्तांक में प्रतिशत बढ़त} = \frac{\text{बढ़ा हुआ प्राप्तांक}}{\text{प्रारंभ का प्राप्तांक}} \times 100$$

$$= \frac{30}{40} \times 100 = 75\%$$

अर्थात् प्राप्तांक में 75% की वृद्धि हुई।