(vii) وسطانیہ آنکڑوں میں سے ہمیشہ ایک آنکڑہ ہوتا ہے۔

(viii) آنکڑے 5, 3, 4 کا اوسط 4 ہے۔

4.8 - گراف (Graph)

اب ہم آنکڑوں کے گرافیکل پیش کش کی جانب اپنا دھیان مرکوز کریں گے۔ گراف جمع کیے گئے آنکڑوں کا تصویروں کے ذریعہ مظاہرہ ہے۔ گراف کے ذریعہ پیش کش کو سمجھنے میں بہت آسانی ہوتی ہے۔ ہم نے پچھلی جماعتوں میں بھی مختلف طرح کے گرافوں کے بارے میں کچھ تذکرہ کیا تھا۔

1- تصویری علامت (Pictograph)

جدول : 4.6

500 = 0 پنسل کی بکری

جنوری	0 0
فروری	0 0 0
مارچ	0
اپریل	0 0 0 0 0
مئی	0 0 0

علامتوں کا استعمال کرتے ہوئے آنکڑوں کی تصویری پیشکش :

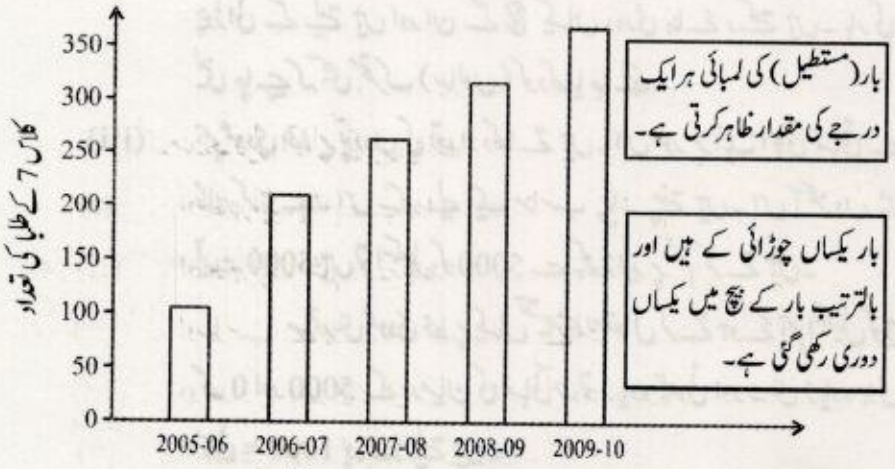
(i) مارچ کے مہینے میں کتنی پنسل کی بکری ہوئی تھی؟

(ii) کس مہینے میں پنسل کی فروخت زیادہ ہوئی تھی؟

(iii) کن کن مہینوں میں پنسل کی بکری برابر ہوئی؟

2- ایک بار گراف (Bar Graph)

ہم جانتے ہیں کہ بار گراف یکساں چوڑائی کے باروں کے ذریعہ آنکڑوں کا مظاہرہ (پیشکش) ہے۔ جس میں باروں کی اونچائی بالترتیب ان کی قیمتوں کے تناسب میں ہوتی ہے۔



خاکہ : 4.3

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

درج ذیل سوالوں کے جواب دیجیے:

(i) اس بارگراف کے ذریعہ خبر دی گئی ہے؟

(ii) کس سال طلبا کی تعداد بہت زیادہ ہے؟

(iii) کس سال میں طلبا کی تعداد میں زیادہ اضافہ ہوا؟

(iv) کس سال طلبا کی تعداد سب سے کم ہے؟

4.8.1- بارگراف کی تعمیر (Construction of Bar Graph)

آیئے اب ہم ایک مثال لے کر دیکھیں کہ ایک بارگراف کاغذ پر کس طرح بنایا جاتا ہے؟

مثال: 11 ایک باغ میں مختلف سالوں میں لگائے گئے پودوں کی تعداد حسب ذیل ہے:

سال	2006	2007	2008	2009
پودوں کی تعداد	3000	2000	4,000	5000

ان اعداد سے بارگراف بنایئے:

حل: ہم ان اعداد کا بارگراف مندرجہ ذیل مرحلوں میں بناتے ہیں۔

(i) ایک گراف کاغذ پر ہم دو باہم عمودی خط کھینچتے ہیں۔ جن میں ایک پڑی اور دوسری کھڑی ہو۔

(ii) ہم اُفقی خط پر سالوں (متحرک) کو دکھاتے ہیں۔ صاف ظاہر کرنے کے لیے ہم سبھی بار یکساں چوڑائی کے لیتے ہیں اور ان کے بیچ یکساں دوری بنائے رکھتے ہیں۔ بار کی چوڑائی اس طرح لینی چاہیے کہ سبھی متحرک (سالوں) کو دکھایا جا سکے۔

(iii) ہم عمودی خط پر پودوں کی تعداد دکھاتے ہیں۔ اس طور پر ایک اکائی لمبائی سے کتنے مشاہدوں کو ظاہر کرنا ہے۔ اس کے لیے ایک مناسب پیمانہ چنتے ہیں۔ اس آنکڑوں میں سب سے بڑی قیمت 5000 ہیں تو اسکیل کو 5000 سے کچھ زاید پر ختم کرتے ہیں۔

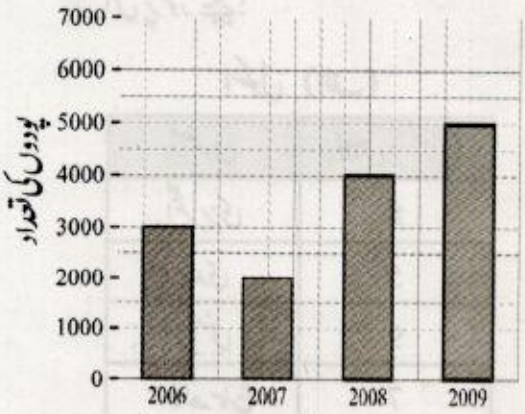
ساتھ ہی عمودی خط پر یکساں تقسیم کا استعمال کرتے ہوئے ہم اسکیل کو اس طرح چنیں گے کہ 0 اور 5000 کے درمیان کی لمبائی نہ تو زیادہ چھوٹی اور نہ ہی زیادہ بڑی ہو۔ یہاں ہم 1 اکائی = 1000 پودے لیتے ہیں۔

(iv) اب ہم چنے گئے اسکیل (1 اکائی = 1000 پودے) کے مطابق مختلف بار (ستون) کی اونچائی

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

معلوم کرتے ہیں۔

اس طرح گراف کاغذ پر یکساں چوڑائی کے 4 بار (Bar) حسب ذیل طریقے سے بنتے ہیں:



خاکہ: 4.4

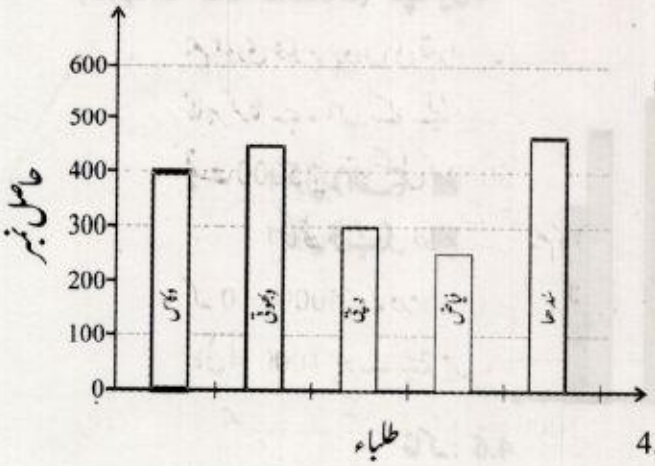
سال	گراف کی اونچائی
2006	$\frac{1}{1000} \times 3000 = 3$ اکائی
2007	$\frac{1}{1000} \times 2000 = 2$ اکائی
2008	$\frac{1}{1000} \times 4000 = 4$ اکائی
2009	$\frac{1}{1000} \times 5000 = 5$ اکائی

مثال: 12 مندرجہ ذیل آنکڑے ایک جماعت کے پانچ طلبا کے ذریعہ (500 میں سے) حاصل کیے گئے نمبروں کو دکھاتے ہیں۔ انھیں ایک بار گراف کے ذریعہ ظاہر کیجیے۔

طلباء	وکاس	وِبھوتی	دِپتی	فیاض	سُدھا
حاصل شدہ نمبر	400	450	300	250	460

حل: ہم 1 اِکائی = 100 عدد لیتے ہیں۔ (اگر ہم 1 اِکائی سے 10 عدد کو ظاہر کریں، تو کیا پریشانی ہوگی؟)

اسکیل (1 اِکائی = 100 نمبر)



خاکہ: 4.5

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

4.8.2 - دوہرے بار گراف کھینچنا

نیچے دو اسکولوں میں مختلف مضامین کے دیئے جانے والے کلاسوں (گھنٹیوں) کے آنکڑے دیئے گئے ہیں۔ اس پر غور کیجیے:

اسکول (الف)

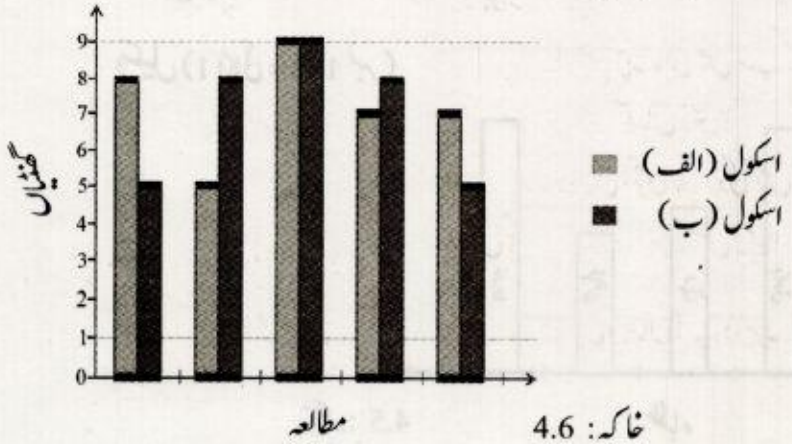
مضمون	کلاس (گھنٹی)
انگریزی	8
ہندی	5
ریاضی	9
مطالعہ سماج	7
سائنس	7

اسکول (ب)

مضمون	کلاس (گھنٹی)
انگریزی	5
ہندی	8
ریاضی	9
مطالعہ سماج	8
سائنس	5

ان کے الگ الگ بار گراف کھینچ کر ہم کئی معلومات فراہم کر سکتے ہیں۔ جیسے دونوں اسکولوں میں سب سے زیادہ کلاس کس مضمون کو دیئے جاتے ہیں۔ یا ہر اسکول میں کس مضمون کو سب سے کم کلاس دیئے جاتے ہیں وغیرہ۔ لیکن ایک خاص مضمون میں کس اسکول میں کلاس زیاد ہوئے ہیں، جیسے سوالوں کا جواب دینے کے لیے ہم دوہرا بار گراف کھینچیں گے۔

یعنی جب ہمیں آنکڑوں کے دو گروپ کا موازنہ کرنے کی ضرورت ہوتی ہے تو دوہرے بار گراف کھینچتے ہیں۔ (Double Bar Graphs)



خاکہ: 4.6

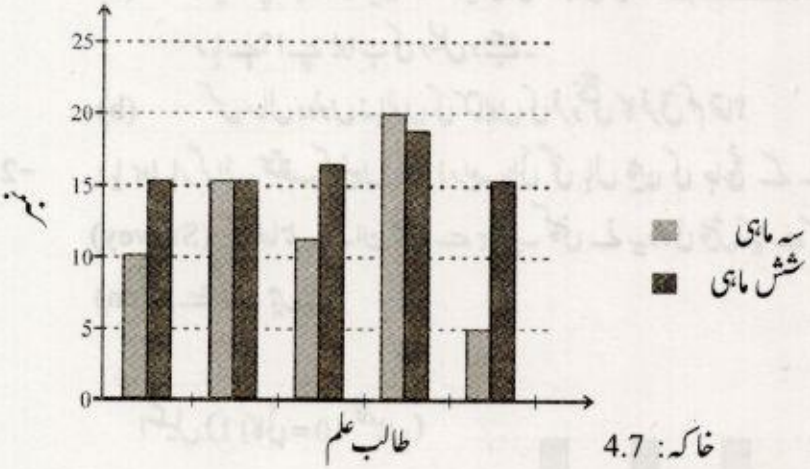
© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

مثال: 13 حساب کی استانی نے 5 کمزور بچوں کے ذریعہ سہ ماہی امتحان اور شش ماہی امتحان میں 25 میں سے حاصل کیے گئے نمبرات کو حسب ذیل صورت میں دکھایا ہے:

طلباء	اشوک	ارون	زاہد	وِبھا	ریتا
سہ ماہی	10	15	12	20	5
شش ماہی	15	15	16	18	15

ان آنکڑوں سے دوہرے بار گراف کھینچئے۔

حل:



خاکہ: 4.7

بار کو دیکھ کر اب آپ درج ذیل سوالوں کا جواب دیجیے:

(i) کس طلبہ کی کارکردگی سہ ماہی کے مقابلے میں چھ ماہی میں سب سے اچھی رہی؟

(ii) کس طلبہ کا پروگریس سہ ماہی اور چھ ماہی میں یکساں رہی؟

(iii) کس طلبہ نے سہ ماہی کے بدلے چھ ماہی میں اچھی کارکردگی نہیں دکھائی؟

(iv) کتنے طلبہ نے چھ ماہی امتحان میں 15 سے زیادہ نمبر حاصل کیے؟

کیا آپ کچھ دوسری حالتوں کے بارے میں بتا سکتے ہیں، جہاں آپ دوہرے بار گراف کا استعمال کر سکتے ہیں؟

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

خود کر کے دیکھئے:

1- سال 2006 سے 2010 میں انگریزی اور ہندی کی کتابوں کی فروخت نیچے دی گئی ہے۔

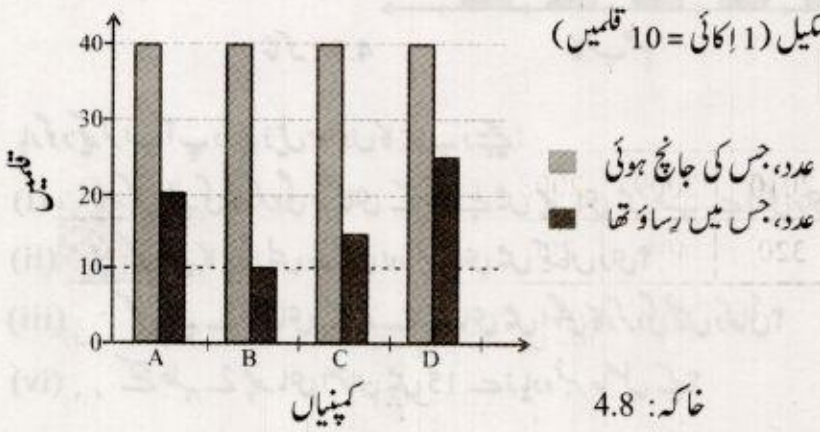
سال	2006	2007	2008	2009	2010
انگریزی	250	300	350	520	620
ہندی	400	425	500	550	600

ایک دوہرا بار گراف کھینچئے اور مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجئے:

(a) کیا آپ کہہ سکتے ہیں کہ انگریزی کی کتابوں کی مانگ (Demands) میں تیزی سے اضافہ ہو رہا ہے؟ اپنے جواب کی دلیل دیجئے۔

(b) کس سال دونوں زبانوں کی کتابوں کی فروختگی کا فرق کم تھا؟

2- دیا ہوا بار گراف مختلف کمپنیوں کے ذریعہ بنائی گئی بال پین کی جانچ کے لیے کیے گئے ایک جائزے (Survey) کو دکھاتا ہے۔ ان میں سے ہر ایک کمپنی نے یہ دعویٰ پیش کیا ہے کہ ان کے بال پین (Ball-Pen) رستے نہیں ہیں۔



خاکہ: 4.8

(a) ہر ایک کمپنی کے لیے رِساؤ والے قلم کی تعداد، کل قلم کی تعداد کا کون سا حصہ تھا؟

(b) کس کمپنی کے قلم بہتر ہیں؟

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

سوالنامہ : 4.3

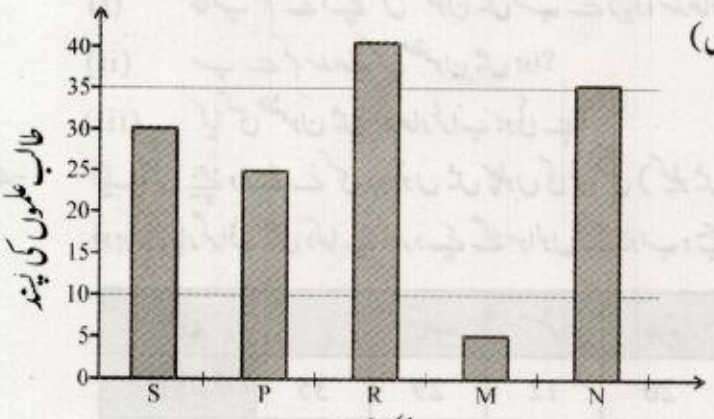
-1 خاکہ: 4.9 میں دیئے بارگراف کا استعمال کر کے مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجئے :

(a) کس کمپنی کی سائیکل زیادہ لوگوں کی پسند ہیں؟

(b) کتنے طلبا کی پسند "P" کمپنی کی سائیکل ہے؟

(c) کس کمپنی کی سائیکل سب سے کم لوگوں کی پسند ہے؟

اسکیل (1 اکائی = 10 قلمیں)



خاکہ: 4.9

-2 درج ذیل جدول میں ایک اسکول کے 2006 سے 2010 تک ہر سال سالانہ کھیلوں میں حصہ لینے والے کھلاڑیوں کی تعداد دی گئی ہے۔ ان اعداد کو ایک بارگراف کے ذریعہ ظاہر کیجیے :

سال	2006	2007	2008	2009	2010
کھلاڑیوں کی تعداد	160	280	200	400	320

(a) بارگراف بنانے کے لیے آپ کیا پیمانہ لیں گے؟

(b) مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے :

(i) کس سال میں کھلاڑیوں کی تعداد زیادہ ہے اور کس سال میں کم ہے؟

(ii) سال 2006 کے کھلاڑیوں کی تعداد کا سال 2010 کے کھلاڑیوں کی تعداد کا تناسب معلوم کیجیے۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

2- ایک طالب علم کے پہلے سال اور دوسرے سال کی کارکردگی دی گئی ہے (100 میں سے) اِن اعداد کا ایک دوہرا بار گراف کھینچئے اور دیئے گئے سوالوں کا جواب دیجئے :

مضمون	ہندی	انگریزی	حساب	سماج سائنس	سائنس
پہلا سال	60	70	80	84	76
دوسرا سال	80	65	95	85	80

(i) طالب علم نے اپنے کس مضمون میں سب سے زیادہ سدھار کیا ہے؟

(ii) سب سے کم سدھار کس مضمون میں ہوا؟

(iii) کیا کسی مضمون میں سدھار خراب ہوئی ہے؟

4- ایک پھل بیچنے والے نے کسی دو دنوں میں پھلوں کی فروختگی (کیلو میں) کا مقابل گوشوارہ بنایا۔ آپ انھیں دوہرے بار گراف میں دکھایئے اور دیئے گئے سوالوں کے جواب دیجئے :

پھل	آم	سیب	سنترہ	پپیتا	کیلا	تربوز
سوموار	35	29	12	20	18	38
منگل	26	34	8	25	16	35

(i) کون سا پھل عام لوگوں کا زیادہ پسندیدہ ہے؟

(ii) اس بار گراف سے آپ کیا نتیجہ نکالتے ہیں؟

5- ایک کالونی میں لگاتار (دو سالوں میں مختلف مَدوں Item) پر خرچ حسب ذیل ہے :

مَد (Item)	2008 (ہزار روپے میں)	2009 (ہزار روپے میں)
پانی سپلائی	25	30
علاج	30	35
تحفظ	50	70
سڑک	40	20
بجلی	35	35

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

ایک مناسب اسکیل چن کر ایک دوہرا بار گراف کھینچئے اور سوالوں کا جواب دیجئے :

(i) کس مَد میں پچھلے سال کے مقابلے سب سے زیادہ خرچ کیا گیا ؟

(ii) کس مَد میں دونوں سالوں میں برابر خرچ ہوئے ؟

(iii) 2008 میں بجلی اور روڈ پر کل کتنا خرچ ہوا ؟

(iv) کس سال کا خرچ زیادہ رہا ؟

6- اس باب کے شروع میں دیئے گئے مختلف شہروں کے سب سے کم اور سب سے زیادہ درجۂ حرارت کے اعداد (جدول 4.1) کو لیجیے۔ ان آنکڑوں کا ایک دوہرا بار گراف کھینچ کر مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔

(i) کس شہر کا سب سے کم اور سب سے زیادہ درجۂ حرارت کا فرق سب سے زیادہ ہے؟

(ii) کون سا شہر سب سے زیادہ گرم ہے اور کون سا شہر سب سے زیادہ ٹھنڈا ہے؟

(iii) ایسے دو شہروں کے نام لکھئے، جس میں سے ایک کا سب سے زیادہ درجۂ حرارت دوسرے سب سے کم درجۂ حرارت سے کم ہے۔

(iv) اُس شہر کا نام لکھئے، جس کا سب سے کم اور سب سے زیادہ درجۂ حرارت کا فرق سب سے کم ہے۔

4.9 - اتفاق اور امکان

4.9 ہمیں اپنے روزمرّہ کی زندگی میں حسب ذیل اقوال سننے کو ملتے رہتے ہیں :

(i) آج بارش ہونے کا امکان نہیں ہے۔

(ii) بھارت ورلڈ کپ جیتے گا۔

(iii) سورج پچھم سے نکلتا ہے۔

(iv) ایک پاسہ کو پھینکنے پر 8 آئے گا۔

(v) ایک کیلوگرام کے مقابلے دو کیلوگرام سبزی زیادہ ہوگی۔

(vi) چھوٹے پتھر کی جگہ بڑا پتھر زیادہ جگہ گھیرے گا۔

(vii) بھارت اگلی ٹیسٹ سیریز جیتے گا۔

(viii) وبھوتی امتحان میں ٹاپ کرے گا۔

مندرجہ بالا اقوال کے بارے میں آپ کیا کہیں گے؟ یہاں پچھم سے سورج نکلنا ناممکن ہے۔ اک پاسے کو پھینکنے پر 8 آنا بھی ممکن نہیں ہے۔ اس کے مخالف قول (iii) اور (iv) کا ہونا یقینی (Certain) ہے۔ دوسری طرف قول

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

(v) اور (vi) ہو بھی سکتا ہے اور نہیں بھی ہو سکتا ہے۔ دونوں ہی ممکن نہیں ہے۔ ہونا اور نہ ہونا اتفاق (Chance) ہے۔

4.9.1- اتفاق

جب آپ ایک سکّے کو اچھالتے ہیں تو کیا آپ ہمیشہ اس کی صحیح پیشین گوئی کر سکتے ہیں کہ چت (Head) ہوگا یا پٹ (Tail) ؟ آپ دس بار ایک سکّے کو اُچھال کر اس سے حاصل ہونے والے نتیجے اور اپنی پیشین گوئی کو ذیل کے جدول میں لکھئے :

خاکہ : 4.7

اُچھال نمبر	پیشین گوئی	نتیجہ
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

کیا آپ اس میں کوئی پیٹرن (Pattern) دیکھتے ہیں۔ ہر ایک اُچھال کے بعد آپ کو کیا حاصل ہوتا ہے؟ آپ دیکھیں گے کہ یہ مشاہدے کوئی صاف صاف پیٹرن (Pattern) ظاہر نہیں کرتے ہیں۔ ذیل کے جدول کو دیکھئے :

جدول : 4.8

11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	اُچھال نمبر
T	T	T	T	T	T	H	H	H	T	H	نتیجہ
22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	اُچھال نمبر
H	T	H	H	H	H	H	T	T	H	H	نتیجہ

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

مندرجہ بالا جدول ناہیدہ اور نچتا کے 22 اُچھالوں سے حاصل مشاہدہ کا ہے۔ یہاں H = Head (چت) T = Tail (پٹ) ہے۔ ظاہر ہے یہاں چت اور پٹ کے آنے کا کوئی طے شدہ Pattern نہیں ہے۔ یہ اتفاق کی بات ہے کہ ایک خاص اُچھال میں چت اور پٹ میں سے کوئی ایک ہوسکتا ہے۔

خود کر کے دیکھئے:

-1 ایک سکّے کو 125 بار اُچھالیے اور معلوم کیجیے کہ کتنی بار چت اور کتنی بار پٹ؟

-2 ایک پاسے کو 100 بار پھینکئے اور نتائج کو ریکارڈ (Record) کیجیے۔ معلوم کیجیے کہ 1، 2، 3، 4، 5 اور 6 کتنی بار آئے ہیں؟

-3 وِبھوتی نے ایک پاسے کو 250 بار پھینکا اور حسب ذیل گوشوارہ حاصل کیا:

جدول: 4.9

پاسے کی تعداد	ملان کی علامت	کتنی دفعہ
1	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 III	33
2	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸	40
3	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 II	47
4	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 II	52
5	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸	40
6	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 III	38

ان اعداد کے لیے ایک بار گراف کھینچئے۔ ان نتائج سے حاصل نتیجہ کیا ہے؟

4.9.2- امکان و گمان (Probability)

جب ایک سکّے کو اُچھالا جاتا ہے تو آپ کو کیا ممکن نتائج حاصل ہوتے ہیں؟ بغیر شک و شبہ کے چت (Head) یا پٹ (Tail)۔ اس طرح چت اور پٹ سکّے اُچھالنے کے دو نتائج (Outcomes) ہیں اور نتائج کے آنے کا اتفاق (Chance) ایک ہی ہے۔ یعنی دونوں ہی نتائج کے امکان برابر تھے۔ اس لیے یہ امکان و گمان (Equally Likely) یکساں اتفاق ہے۔ ایک چت حاصل کرنے کا امکان دو نتائج میں سے ایک ہے یعنی ½ ہے۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

اب اگر آپ ایک پاسے (Die) کو پھینکیں تو کیا آپ حاصل ہونے والے عدد کی پیشین گوئی کر سکتے ہیں؟ لوڈو (Ludu) یا سانپ اور سیڑھی کا کھیل کھیلتے وقت آپ نے ضرور سوچا ہوگا کہ دل پسند عدد حاصل ہو۔ لیکن کیا ہمیشہ آپ کی خواہش پوری ہوتی ہے؟

اب ایک پاسا لیجئے، اُسے 150 بار پھینکئے اور حاصل نتائج کو ذیل کے جدول میں بھریئے :

جدول: 4.10

پاسے پر لکھے اعداد	ملان کی علامت	عدد جتنی بار حاصل ہوئی
1		
2		
3		
4		
5		
6		

پھینک کر ہر ایک نتیجہ کے لیے مناسب خانے میں ملان نشان جیسے 3 آنے پر 3 کے سامنے لگاتے رہئے۔

اس عمل کو 150 بار کیجیے اور ہر ایک نتیجہ کی کثرت (Frequency) (کل تعداد) معلوم کیجیے۔

(i) نتیجہ 1, 2, 3, 4, 5 اور 6 میں سے کون سب سے زیادہ بار ہے؟

(ii) سب سے بڑے نتیجہ اور سب سے چھوٹے نتیجہ کا فرق کیا ہے؟

اب ایک پاسے (Die) کو ایک بار پھینکنے پر 1, 2, 3, 4, 5 یا 6 کا نتیجہ حاصل ہوگا۔ اس طرح چھ یکساں ممکن نتیجے ہیں۔ تو ہم کہتے ہیں کہ 1, 2, 3, 4, 5 اور 6 میں سے ہر ایک کے آنے کا امکان $\frac{1}{6}$ ہے۔

$$\text{5 دینے والے نتیجہ کی تعداد} = \text{1}$$

جیسے: (i) 5 آنے کا امکان $\frac{\text{1}}{\text{6}}$ = امکانی نتیجوں کی تعداد = 6

$$\text{8 دینے والے نتیجہ کی تعداد} = \text{0}$$

(ii) 8 آنے کا امکان $\frac{\text{0}}{\text{6}}$ = امکانی نتیجوں کی تعداد = 6

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

ظاہر ہے کہ کئی ممکنات والے واقعات کا امکان 0 اور 1 کے درمیان ہوتی ہے۔ جس واقعہ کے ہونے کا کوئی اتفاق یا امکان نہیں ہے۔ ان کا امکان 0 ہوتا ہے اور جس واقعہ کو یقینی صورت میں واقع ہونا ہوتا ہے۔ اس کا امکان 1 ہوتا ہے۔

سوالنامہ : 4.4

-1 بتایئے کہ مندرجہ ذیل میں سے کس کا ہونا یقینی ہے۔ کس کا ہونا ناممکن ہے۔ اور کون ہو بھی سکتا ہے اور نہیں بھی ہوسکتا ہے۔

(i) مثلث بنانے پر تین راس بنیں گے۔

(ii) ایک سکے کو اُچھالنے پر پٹ آئے گا۔

(iii) ایک سکّے کو اُچھالنے پر چت اور پٹ دونوں آئے گا۔

(iv) ایک پاسے کو پھینکنے پر 7 آئے گا۔

(v) کل بادل گھرے ہوں گے۔

(vi) یہ میچ بھارت جیتے گا۔

-2 ایک ایک پرچی پر اسے 8 تک اعداد لکھے ہوئے ہیں۔ انھیں ایک باکس میں لکھ کر اچھی طرح ملا دیا جاتا ہے۔ باکس کے اندر سے بغیر دیکھے ایک پرچی نکالی جاتی ہے تو درج ذیل کا امکانا کیا ہے؟

(i) عدد 5 حاصل کرنا۔

(ii) 1 عدد کی ایک عدد حاصل کرنا۔

(iii) 5 سے چھوٹی ایک عدد حاصل کرنا۔

(iv) 5 سے بڑی ایک عدد حاصل کرنا۔

-3 رانی اور ریلا میں کون پہلے گانا گائے گی۔ اس کا فیصلہ کرنے کے لیے ایک سکّہ اچھالا جاتا ہے۔ ریلا کے پہلے گانے کا امکان کیا ہے؟

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

ہم نے سیکھا

1- آنکڑوں (Data) کو اکٹھا کرنے سے پہلے ہمیں یہ جان لینا چاہیے کہ ہم ان کا استعمال کس کام میں کریں گے۔

2- اکٹھا کیے گئے آنکڑوں کو ایک مناسب جدول کی صورت میں منظم کیے جانے کی ضرورت ہوتی ہے تاکہ یہ آسانی سے سمجھنے کے لائق ہو اور ان کی تشریح کی جا سکے۔

3- نمائندہ قیمت ایک ایسا عدد ہے۔ جو دیئے گئے مشاہدے کے مجموعے (آنکڑوں) کی بہت ہی اہم خصوصیت (مرکزی رجحانات) کو ظاہر کرتا ہے۔

4- اوسط ایک ایسا عدد ہے جو مشاہدوں (Observation) یا آنکڑوں (Data) کے ایک مجموعہ کے مرکزی رجحان کو دکھاتا ہے۔ یہ سب سے زیادہ اور سب سے کم قیمت (Value) کے اعداد کے بیچ میں ہوتا ہے۔

5- مشاہدوں کے سب سے زیادہ اور سب سے کم قیمتوں (Value) کے فرق سے، ہمیں مشاہدوں کے حدود (Range) کا ایک اندازہ لگ جاتا ہے۔

6- وسطانیہ بھی ایک طرح کی نمائندہ قیمت (Representative Value) ہے۔ یہ اس قیمت کو ظاہر کرتا ہے جو مشاہدہ کے وسط (بیچ) میں ہوتا ہے۔ (انھیں بڑھتی ترتیب یا گھٹتی ترتیب میں منظم کرنے کے بعد) یعنی آدھے مشاہدے اس کے اوپر ہوتے ہیں اور آدھے مشاہدے اس کے نیچے ہوتے ہیں۔

7- وسطی (Mode) مشاہدوں (Observation) کے ایک مجموعہ میں وہ مشاہدہ ہوتا ہے جو سب سے زیادہ بار آتا ہے۔

8- گراف جمع کیے گئے آنکڑوں کا خطی تصویروں کے ذریعہ پیشکش (Representation) ہے۔ بار گراف (Bar Graph) آنکڑوں کی یکساں چوڑائی والے باروں (مستطیلوں) کے ذریعہ ایک تصویری پیشکش ہے۔

9- دوہرا بار گراف مشاہدوں کے دو مجموعوں کے موازنہ میں معاون ہے۔

10- ہمیں اپنے روزمرہ کی زندگی میں ایسی حالت پیش آتی ہے (i) جس کا ہونا طے ہے (ii) جس کا ہونا ممکن نہیں ہے (iii) جو ہو بھی سکتا ہے اور نہیں بھی۔ جس کے واقع ہونے کا کوئی اتفاق (Chance) نہیں ہے۔ اس کا امکان 0 ہوتا ہے۔ جس کا واقع ہونا طے ہے، اس کا امکان 1 ہوتا ہے۔ کئی ممکنات والے واقعہ کا امکان 0 اور 1 کے بیچ ہوتا ہے۔

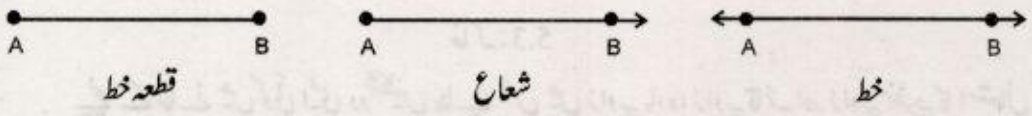
© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

باب-5

اقلیدسی بناوٹوں کی تفہیم

5.1-تمہید:

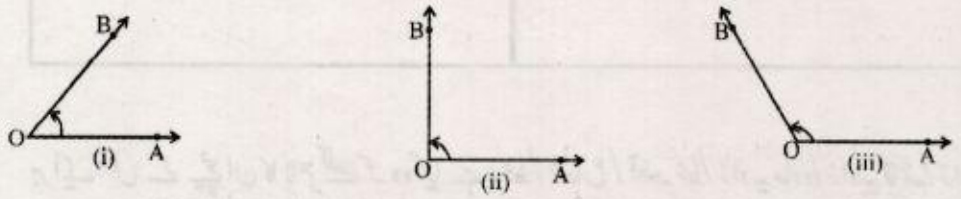
ابھی تک ہم نے سیکھا ہے کہ ایک قطعہ خط کے دو آخری نقطہ ہوتے ہیں۔ اگر ہم ان کے ایک آخری نقطہ کو اسی سمت میں غیر محدود(Infinite) سمت میں بڑھاتے ہیں تو ہمیں شعاع حاصل ہوتی ہے اور اس کے دونوں آخری نقطوں کو اپنے اپنے سمت میں غیر محدود بڑھاتے ہیں تو ہمیں خط حاصل ہوتا ہے۔



خاکہ: 5.1

ان میں $\overline{AB}$ قطعہ خط، $\overrightarrow{AB}$ شعاع اور $\overleftrightarrow{AB}$ کو دکھایا گیا ہے۔

ہم یہ بھی سیکھ چکے ہیں کہ جب دو شعاعیں ایک نقطہ پر ملتی ہے تو ان شعاعوں کے بیچ کے گھٹاؤ یا جھکاؤ کو زاویہ کہتے ہیں۔



خاکہ: 5.2

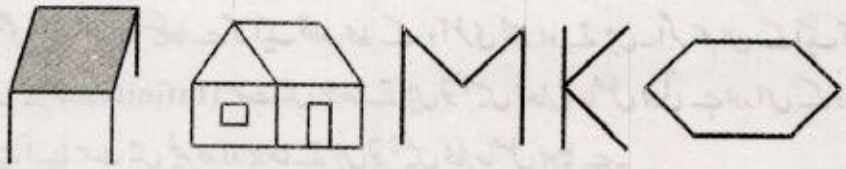
اوپر کی شکل میں $\overrightarrow{OA}$ اور $\overrightarrow{OB}$ ایک نقطہ راس 'O' پر مل کر $\angle AOB$ بنا رہی ہے۔ تصویر(i) میں زاویہ حادہ تصویر(ii) میں زاویہ قائمہ اور تصویر(iii) میں زاویہ منفرجہ دکھایا گیا ہے۔ جہاں $\overrightarrow{OB}$ کا جھکاؤ $\overrightarrow{OA}$ پر اُلٹی سمت یعنی گھڑی کی سوئی کی اُلٹی سمت میں آگے بڑھتا جا رہا ہے۔ زاویوں کے اسی جھکاؤ کی پیمائش ہم پروٹیکٹر کی مدد سے کرتے ہیں۔ زاویہ AOB کی پیمائش کو ہم $m\angle AOB$ لکھتے ہیں۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

اس سبق میں ہم مختلف زاویوں کے جوڑا کے بارے میں سیکھیں گے۔

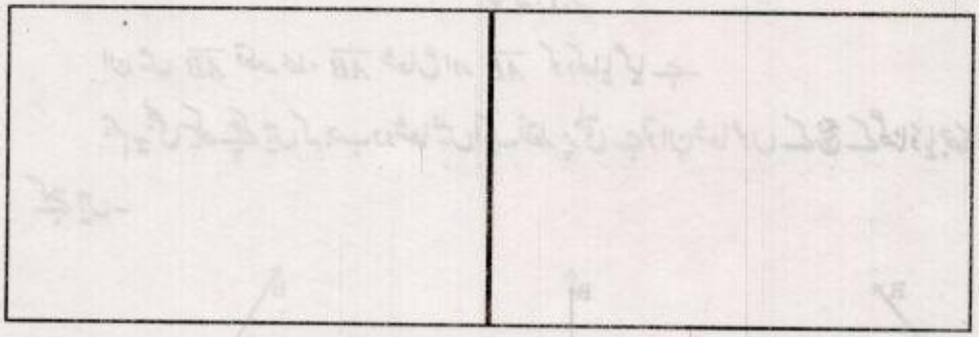
کچھ کریں:

1- تصویروں میں بننے والے مختلف زاویوں کو پہچانئے اور اُن پر گول دائرہ بنایئے۔

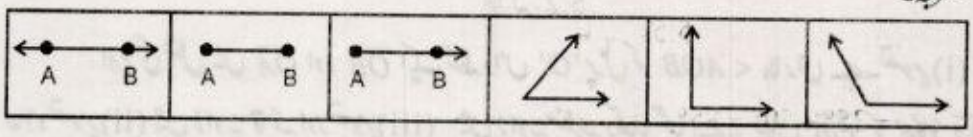


خاکہ: 5.3

2- نیچے کے خانے میں کوئی ایسی دو شکلیں بنایئے جس میں زاویہ مادہ، زاویہ قائمہ اور زاویہ منفرجہ کا استعمال ہوا ہو۔



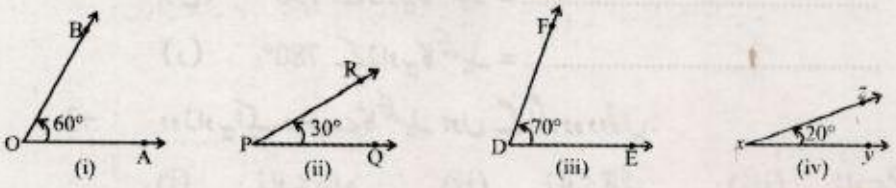
3- ہر ایک شکل کے نیچے ان کا نام لکھئے کہ وہ کیا ہے: خط/ شعاع/ قطعہ خط/ زاویہ حادہ/ زاویہ قائمہ/ زاویہ منفرجہ۔



© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

5.1 - زاویوں کے جوڑے :

5.1.1 زاویہ تکمیلی (Complementry Angle)



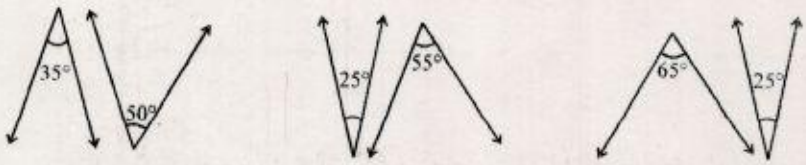
خاکہ : 5.4

کسی دو نقطوں کو ایک ساتھ ملا کر دیکھیں۔ خاکہ 5.4 کے (i) اور (ii) میں بنے زاویوں کی پیمائش کا $= 60° + 30° = 90°$ اور (iii) اور (iv) میں بنے زاویوں کی پیمائش $= 70° + 20° = 90°$

یہاں زاویوں کے جوڑے کی پیمائش آپس میں مل کر $90°$ ہو تو انھیں زاویہ تکمیلہ کہتے ہیں۔ اور جوڑے کے دونوں زاویہ ایک دوسرے کی تکمیلہ ہے۔ اسی طرح زاویہ (iii) زاویہ (iv) کا تکمیلہ ہے۔

خود کر کے دیکھئے :

1- دیئے گئے زاویوں کے جوڑوں میں سے کون سا جوڑا تکمیلہ ہے۔ یعنی ایک دوسرے کو مکمل کرنے والے ہیں؟



خاکہ : 5.5

$= 35° + 50° = 85°$ ---------- ----------

مکمل کرنے والے زاویہ نہیں ہے۔ ---------- ----------

2- دیئے گئے زاویوں کے زاویۂ تکمیلہ کی پیمائش بتایئے :

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

(الف) $40°$ کے زاویہ کا تکملہ $90° - 40° = 50°$

(ب) $550°$ کے زاویہ کا تکملہ = ...

(ج) $150°$ کے زاویہ کا تکملہ = ...

(د) $780°$ کے زاویہ کا تکملہ = ...

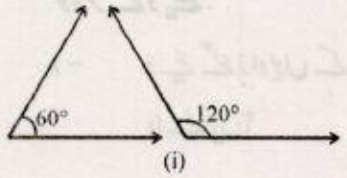
3- دو زاویہ ایک دوسرے کا تکملہ ہوں گے اگر وہ دونوں :

(i) زاویۂ حادہ (ii) زاویۂ قائمہ (iii) زاویۂ منفرجہ

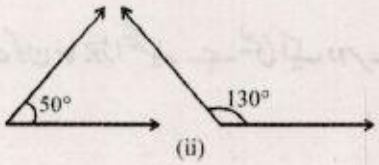
4- دو زاویے ایک دوسرے کے زاویۂ تکملہ ہیں۔ اگر ان کی پیمائشوں کا فرق $30°$ ہو تو دونوں زاویہ کی پیمائش بتائیے۔

5.1.2- زاویہ تکملہ (Supplementary Angle)

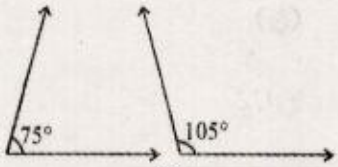
نیچے بنائے گئے زاویہ کے جوڑوں پر غور کیجیے اور جدول کو پورا کیجیے۔



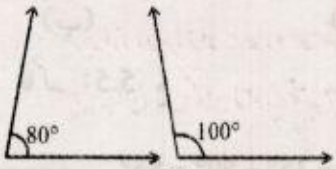
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

خاکہ: 5.6

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

جدول

زاویوں کا جوڑا	جوڑے کے پہلے زاویہ کی پیمائش	جوڑے کے دوسرے زاویہ کی پیمائش	جوڑے کے دونوں زاویوں کی پیمائش کا جمع
(i)	60°	120°	180°
(ii)			
(iii)			
(iv)			

جدول سے ظاہر ہے کہ زاویوں کے ہر ایک جوڑے کے زاویوں کی پیمائش کا جمع 180° ہے۔ زاویوں کے ایسے جوڑے زاویۂ تتمہ (Supplementary Angle) کہلاتے ہیں۔ جوڑے کے دونوں زاویے ایک دوسرے کے تتمہ کہلاتے ہیں۔ جدول میں جوڑ(i) میں 60° کا زاویہ 120° کے زاویہ کا تتمہ ہے۔ اس لیے 120° کا زاویہ 60° کے زاویہ کا تتمہ ہے۔

سوچئے: کیا 50° کے زاویے کا تتمہ 130° ہے؟

80° کا تتمہ 100° ہی کیوں ہے؟

خود کر کے دیکھئے:

1- اگر زاویوں کے جوڑے زاویۂ تتمہ ہو، تب نیچے کے اقوال میں سے کون صحیح ہے اور کون غلط؟

(i) جوڑے کے دونوں زاویے زاویۂ حادہ ہو سکتے ہے۔ (غلط)

(ii) جوڑ کے دونوں زاویۂ قائمہ ہو سکتے ہیں۔ ( )

(iii) جوڑ کے دونوں زاویۂ منفرجہ ہو سکتے ہیں۔ ( )

(iv) جوڑ کے ایک زاویہ، زاویۂ منفرجہ اور دوسرا زاویۂ حادہ ہو سکتا ہے۔ ( )

2- نیچے زاویوں کے دو جوڑے دیئے گئے ہیں۔ ان میں کون زاویۂ تتمہ ہیں۔ بتایئے؟

(i) (ii)

خاکہ: 5.7

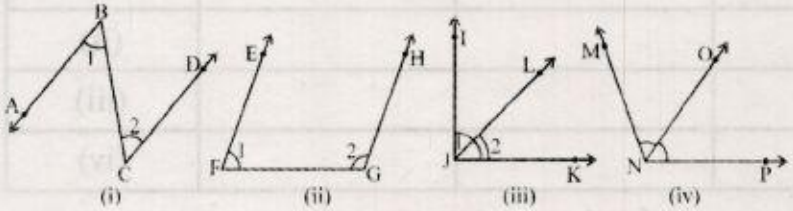
© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

3- مندرجہ ذیل زاویوں میں سے ہر ایک کا تتمہ بتائیے:

(i) $75°$ کا تتمہ = ... (ii) $125°$ کا تتمہ = ...

(iii) $80°$ کا تتمہ = ... (iv) $90°$ کا تتمہ = ...

5.1.3- زاویۂ متصلہ (Adjacent Angle): آیئے اب خاکہ 5.5 میں زاویۂ خطی کے جوڑوں پر غور کریں:



خاکہ: 5.8

اوپر کے سبھی زاویوں کے جوڑوں میں زاویہ بنانے والے اضلاع میں سے ایک ضلع باہم مشترک ہے۔ خاکہ (i) اور (ii) میں دو راس ہیں جب کہ خاکہ (iii) اور (iv) میں ایک ہی راس ہے۔ خاکہ (iii) میں زاویہ بنانے والے دو اضلاع J I اور J L مشترک اضلاع کا ایک ہی طرف ہے۔ جب کہ خاکہ (iv) میں زاویہ بنانے والی اضلاع N M اور N P مشترک ضلع N O کے ایک ایک طرف ہے۔ خاکہ (iv) میں بنا زاویہ، زاویہ متصلہ (Adjacent Angle) ہے۔ اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ زاویوں کا ایسا جوڑا، جس میں دونوں زاویے اس طرح ملے ہوئے ہیں کہ:

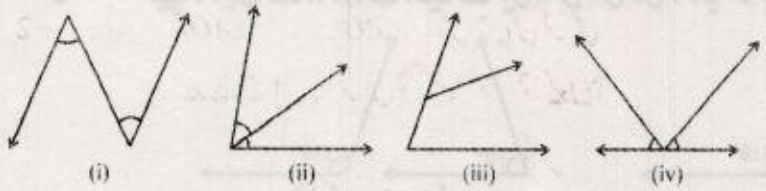
(i) ان کا راس مشترک ہے۔

(ii) زاویہ بنانے والے اضلاع میں سے ایک ضلع مشترک ہے اور

(iii) زاویہ بنانے والے جو اضلاع باہم مشترک نہیں ہیں، وہ ضلع مشترک ضلع کے ایک ایک طرف ہے، زاویہ متصلہ (Adjacent Angle) کہلاتا ہے۔

خود کر کے دیکھئے:

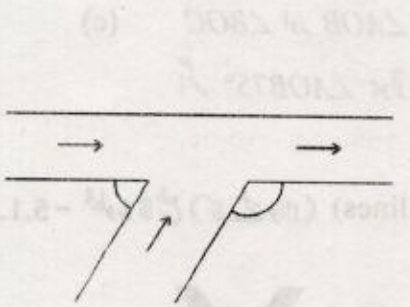
ذیل کے خاکوں میں سے کون زاویۂ متصلہ کا جوڑا بناتا ہے؟



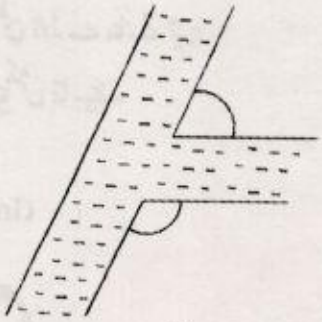
خاکہ: 5.9

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

5.1.4- خطی جوڑے



سیدھی سڑک میں ملتی ایک دوسری سڑک

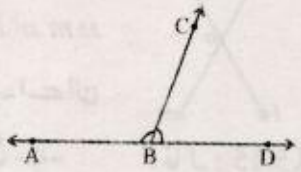


سیدھی نہر سے نکلتی ایک دوسری نہر

(خاکہ: 5.10)

اوپر کے دونوں خاکے متصلہ زاویے (Adjacent Angle) کی مثال ہیں۔ یہاں زاویہ بنانے والے اضلاع میں سے ایک ضلع باہم مشترک ہے اور باقی دونوں اضلاع مشترک ضلع کے ایک ایک طرف اس طرح ہیں کہ وہ ایک دوسرے کے ٹھیک مخالف سمت میں ہیں۔ اور ایک سیدھا خط بنا رہے ہیں۔

ٹھیک اسی طرح خاکہ 5.11: میں $\angle ABC$ اور $\angle CBD$ آپس میں مل کر ایک متصلہ زاویہ بنا رہے ہیں۔ اور AB اور BD ایک خط مستقیم بنا رہے ہیں۔ متصلہ زاویہ کے ایسے جوڑے خطی جوڑے کہلاتے ہیں۔ یعنی آپ کہہ سکتے ہیں کہ جب متصلہ زاویہ کا جمع $180°$ ہو تب وہ خطی جوڑے بناتے ہیں۔ تب $\angle ABC + \angle CBD = 180°$

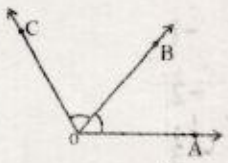


خاکہ: 5.11

خود کر کے دیکھئے:

1- خاکہ: 5.12 کو دیکھ کر بتایئے $\angle AOB$ اور $\angle BOC$ ایک خطی جوڑے بناتے ہیں۔

2- (a) کیا $\angle AOB$ اور $\angle BOC$ آپس میں مل کر خطی جوڑے بناتے ہیں۔ اگر ہاں تو کیسے؟ نہیں تو کیوں؟



(خاکہ: 5.12)

(خاکہ: 5.13)

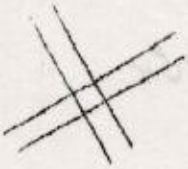
© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

(b) خطی جوڑوں کے زاویے ہوتے ہیں :(i) تکملہ (ii) تتمہ۔

(c) $\angle BOC$ اور $\angle AOB$ آپس میں مل کر خطی جوڑے بناتے ہیں

اگر $\angle AOB75°$ ہو تو $\angle BOC$ کی پیمائش بتایئے۔

5.1.5 - خطوط قاطع (کاٹنے والا) (Intersecting lines)



چوراہے پر ایک دوسرے کو کاٹتی سڑک

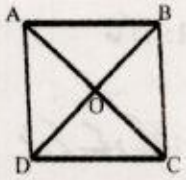
غلیل

انگریزی حروف تہجی کا 24 واں حرف

(خاکہ : 5.14)

(خاکہ : 5.15)

ان تصویروں کو دھیان سے دیکھنے پر آپ ان میں ایک یکسانیت ڈھونڈ سکتے ہیں کہ ان میں خطوط ایک دوسرے کو ایک نقطہ پر کاٹتے ہیں۔ خاکہ : 5.15 میں I اور m دو خطوط ہیں جو ایک دوسرے کو 'O' نقطہ پر کاٹتی ہے۔ 'O' نقطہ اُنمیں مشترک ہے۔ اسے ان دونوں خطوں کا نقطۂ قاطع (کاٹنے والا نقطہ) کہتے ہیں۔ اور I اور m خطوط قاطع ہے۔



(خاکہ : 5.16)

کچھ کریں :

تصویر 5.16 میں بتایئے :

-I نقطۂ قاطع

-2 خطوط قاطع

-3 خطی جوڑے کے زاویے ہوتے ہیں۔

(i) زاویۂ تکملہ (ii) زاویۂ تتمہ

(خاکہ : 5.16)

-4 خط I اور m کو آگے پیچھے بڑھائیں۔ کیا وہ آپس میں ایک دوسری کو کاٹتے ہیں۔ اگر کاٹتے ہیں تو کتنے نقطوں پر کاٹتے ہیں؟

5 - دو زاویے آپس میں مل کر خطی جوڑے بناتے ہیں تو دونوں زاویے ہو سکتے ہیں :

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

(i) زاویۂ حادہ (ii) زاویۂ قائمہ

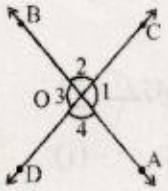
(iii) زاویۂ منفرجہ (iv) ایک زاویہ مادہ ایک زاویہ منفرجہ

5.16- زاویۂ متقابلہ (Vertically Opposite Angle)

ہینگر ٹیبل قینچی

(تصویر: 5.18)

خاکہ: 5.18 میں ایک خط مستقیم ایک دوسرے خط مستقیم کو کاٹ رہا ہے۔ اگر اس یکسانیت کو ہم دو خطوں کے ذریعہ دیکھنا چاہیں تو وہ خاکہ: 5.18 کے جیسا ہی ہوگا، جس میں A B اور C D دو خط ایک دوسرے کو 'O' نقطہ پر کاٹ رہی ہے۔ اس میں چار زاویے بن رہے ہیں۔ ان میں $\angle 1$ اور $\angle 3$ اور $\angle 2$ اور $\angle 4$ متقابلہ زاویوں کے جوڑے ہیں۔ آیئے اب ان زاویوں کی پیمائش پر غور کریں۔ $\angle 1$ اور مل کر $\angle 2$ ایک خطی جوڑے بناتے ہیں۔



(خاکہ: 5.19)

تب (i) ..... $\angle 1 = 180° - \angle 2$ $\therefore$ $\angle 1 + \angle 2 = 180°$

اسی طرح $\angle 2$ اور $\angle 3$ مل کر ایک خطی جوڑے بناتے ہیں۔

تب (ii) ..... $= 180° - \angle 2$ $\therefore$ $\angle 2 + \angle 3 = 180°$

مساوات (i) اور (ii) سے ہم پاتے ہیں کہ $\angle 1 = \angle 3$

اسی طرح ہم دکھا سکتے ہیں کہ $\angle 2 = \angle 4$

ہم کہہ سکتے ہیں کہ جب دو خط مستقیم ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں متقابلہ زاویوں کے دو جوڑے بنتے ہیں اور ہر ایک جوڑے کے دونوں زاویے برابر پیمائش کے ہوتے ہیں۔

خود کر کے دیکھئے:

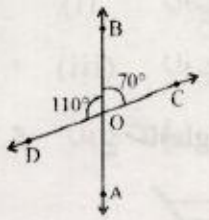
(1) خاکہ: 5.20 میں A B اور C D ایک دوسرے کو O نقطہ پر کاٹتے

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

ہیں $\angle BOC = 70°$ اور $\angle BOD = 110°$ ہے تب $\angle AOC$

اور $\angle AOD$ کی پیمائش بتائیے۔

(2) اپنے آس پاس سے متقابلہ زاویوں کے دو مثال پیش کیجیے۔



(خاکہ 5.20)

سوالنامہ : 5.1

-1 نیچے دیئے گئے زاویوں کا زاویہ تکملہ چاند کی مدد سے بنائیے :

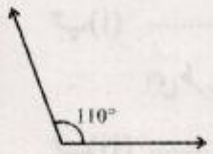
.....

.....

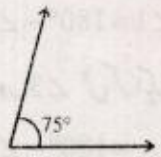
-2 ذیل کے زاویوں کا زاویۂ تکملہ معلوم کیجیے :

78° (iv) 45° (iii) 54° (ii) 35° (i)

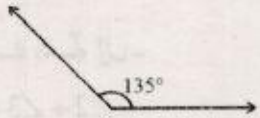
-3 ذیل کے زاویوں کا زاویۂ تتمہ معلوم کیجیے :



(i)



(ii)

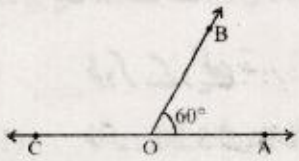


(iii)

-4 ایک زاویہ اور اس کے زاویہ تکملہ کی پیمائش برابر ہیں۔ دونوں کی پیمائش بنائیے۔

-5 زاویۂ تتمہ کے جوڑے میں اگر ایک زاویہ، زاویۂ حادہ ہے تو اس کا تتمہ زاویہ منفرجہ ہوگا یا زاویۂ حادہ؟ وجہ کے ساتھ بتائیے۔

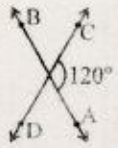
-6 متصل شکل میں $\angle AOB$ اور $\angle BOC$ ایک خطی جوڑے بنا رہے ہیں۔ $\angle AOB = 60°$ ہو تب $\angle BOC$ کی پیمائش کیا ہوگی؟



(تصویر: 5.21)

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

-7 دی گئی تصویر میں $\angle AOC = 120°$ تب $\angle BOC$ ، $\angle BOD$ اور $\angle AOD$ کی قیمت معلوم کیجیے۔

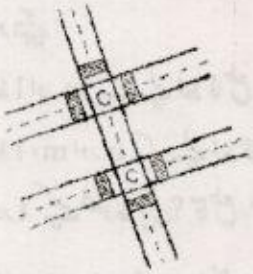


(تصویر: 5.22)

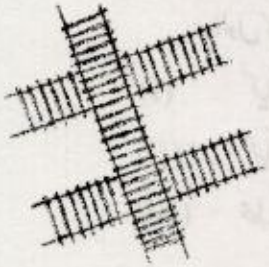
5.2- خط تقاطع (Transversal) کی خاصیت

5.2.1- ترچھا کاٹنے والا یا خط تقاطع

دروازے کی تین پٹریوں کو جوڑتی خط تقاطع پٹری



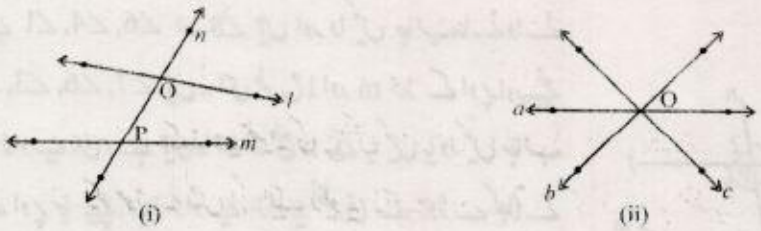
دو سڑکوں کو کاٹتی ایک سڑک



دو ریلوے لائنوں کو پار کرتی ایک دوسری ریلوے لائن

(تصویر: 5.23)

مندرجہ بالا تصویروں کو دھیان سے دیکھنے پر آپ پاتے ہیں کہ یہاں ایک خط دو یا دو سے زیادہ خطوں کو الگ الگ نقطوں پر کاٹتی ہے۔ ایسے خطوط، خطوط تقاطع کہلاتے ہیں۔



(تصویر: 5.24)

یہاں تصویر: 5.24 کے (i) میں l اور m دو خطوط ہیں، جنھیں ایک خط n نقطہ o اور p پر کاٹ رہی ہے۔ یہاں n خط تقاطع ہے۔ (ii) میں a اور b دو خطوط ہیں، جنھیں ایک خط c ایک ہی نقطہ 'o' پر کاٹتی ہے۔ اس لیے یہ خط تقاطع نہیں ہے۔ یہاں تینوں خطوط a ، b اور c ایک ہی نقطہ 'o' سے گزر رہے

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

ہیں۔ ایک نقطہ پر گزرنے والے سبھی خطوط ..... خطوط کہلاتے ہیں۔

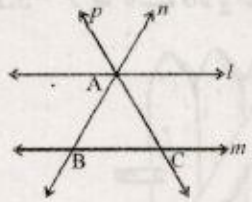
خود کر کے دیکھئے :

1- l اور m دو خطوط کے لیے کتنی خطوط تقاطع کھینچے جا سکتے ہیں؟

2- l، m اور n تین خطوط کے لیے خط 'p' ایک خط تقاطع ہے۔ بتایئے یہاں کتنے نقطۂ قاطع ہیں؟

3- اپنے آس پاس سے ایسی کچھ مثال دیجیے، جن میں آپ خط قاطع دیکھ پائیں۔

4- سامنے درج تصویر کو دھیان سے دیکھئے اور ذیل کے سوالوں کا جواب دیجیے :



(i) کیا خط p خط l اور m کے لیے خط قاطع ہے؟

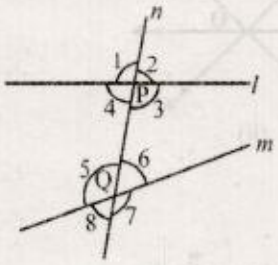
(ii) کیا خط p خط l، m اور n کے لیے خط قاطع ہے؟

(iii) خط n ، p اور l کیسے خطوط ہیں؟ قاطع، متوازی یا متفق۔

(تصویر : 5.25)

5.2.2- خط قاطع کے ذریعہ دو خطوط کو کاٹنے سے بننے والے نظیری زاویے (Corresponding Angle)

تصویر 5.26 میں n ایک خط قاطع ہے جو l اور n دو خط کو دو مختلف نقطوں p اور q پر کاٹتا ہے۔ اس طرح n اور l خطوط قاطع ہیں۔ اس طرح بننے والے چار زاویوں کو $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ اور $\angle 4$ سے دکھایا گیا ہے۔ اُسی طرح n اور m خط قاطع ہیں۔ ان نقطہ قاطع پر بننے والے چار زاویے $\angle 5, \angle 6, \angle 7$ اور $\angle 8$ ہیں۔ اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ n خط تقاطع دو خط l اور m کو کاٹنے سے کل 8 زاویے بنتے ہیں۔ خط تقاطع کی بائیں جانب بننے والے زاویے $\angle 1, \angle 4, \angle 6$ اور $\angle 8$ ہیں اور دائیں جانب بنانے والے زاویے $\angle 2, \angle 3, \angle 6, \angle 7$ ہیں۔ اسی طرح l اور m خط کے اوپر اور نیچے بھی چار چار زاویے بن رہے ہیں۔ خط تقاطع n کے بائیں یا دائیں جانب l اور m کے اوپر یا نیچے بنے زاویے، زاویۂ نظیری کے جوڑے کہلاتے ہیں۔ اوپر کی تصویر میں $\angle 1$ اور $\angle 5$، $\angle 2$ اور $\angle 6$، $\angle 4$ اور $\angle 8$ اور $\angle 3$ اور $\angle 7$ زاویۂ نظیری کے جوڑے ہیں۔



(تصویر : 5.26)

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

خود کر کے دیکھئے :

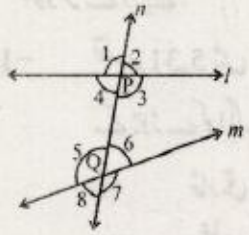
-1 تصویر 5.27 میں دیکھ کر زاویۂ نظیری کے چاروں جوڑے کو لکھئے :

(i) ..... اور .....

(ii) ..... اور .....

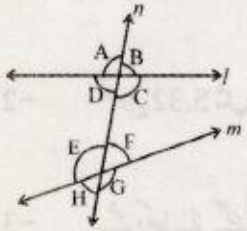
(iii) ..... اور .....

(iv) ..... اور .....



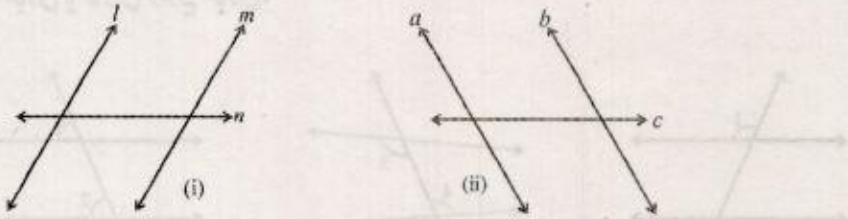
(تصویر 5.27)

-2 تصویر 5.28 میں خط E F کے بائیں جانب بنے زاویۂ نظیری کے جوڑوں کے نام لکھئے :



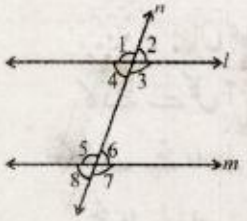
(تصویر 5.28)

-3 تصویر 5.29 میں زاویوں کو نامزد کر کے جدول میں زاویۂ نظیری کے جوڑوں کو لکھئے :



(تصویر 5.29)

5.2.3- زاویۂ متبادل (Alternate Angle)



(تصویر 5.30)

خط l اور m کو خط قاطع n دو مختلف جگہوں پر کاٹتی ہے۔ کاٹنے والے نقطہ پر بنے زاویوں کو تصویر 5.30 میں دکھایا گیا ہے۔ ∠3 ، ∠4 ، ∠5 اور ∠6 خط تقاطع کی دونوں طرف کے داخلہ زاویوں کے جوڑے ہیں، جو آپس میں منسلک نہیں ہے۔ یہ مختصر طور پر داخلہ متبادل زاویوں کے جوڑے ہیں۔

اسی طرح ∠2 ، ∠8 اور ∠1 ، ∠7 خارجی متبادل زاویہ ہیں۔

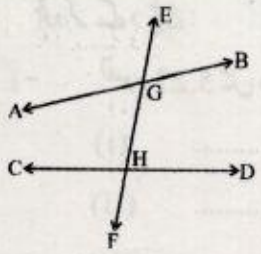
© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

خود کر کے دیکھئے :

-1 تصویر 5.31 میں خارجی زاویۂ متبادل اور داخلی زاویۂ متبادل کے جوڑے کو الگ کر کے لکھئے :

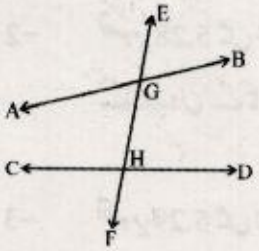
(i) خارجی زاویۂ متبادل

(ii) داخلی زاویۂ متبادل



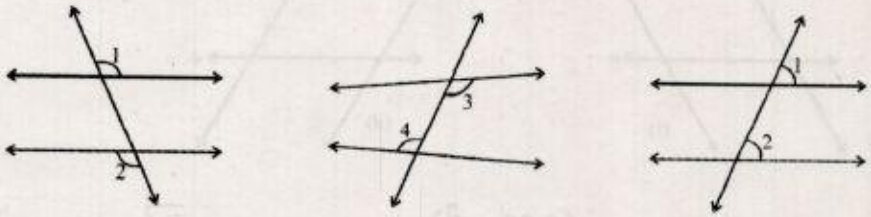
(تصویر 5.27)

-2 تصویر 5.32 میں زاویۂ نظیری اور زاویۂ متبادل کے جوڑے بتائیے۔



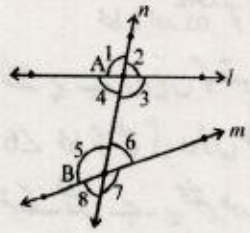
(تصویر 5.27)

-3 نیچے دکھائے گئے زاویے کے جوڑوں کو پہچانئے اور بتائیے کہ کہ وہ کون سے زاویوں کے جوڑے ہیں۔ زاویۂ نظیری، داخلی زاویۂ متبادل یا خارجی زاویۂ متبادل؟



5.2.4- زاویۂ خارجی اور زاویۂ داخلی (Exterior & Interior angle):

یہاں خط قاطع n کے ذریعہ l اور m دو خط کو نقطہ A اور B پر کاٹنے سے کل آٹھ زاویے بنے ہیں۔ یہاں خط l اور m کے باہر کی طرف بننے والے زاویے زاویۂ خارجہ اور خط l اور m کے اندر کی جانب بننے والے زاویے زاویۂ داخلہ کہلاتے ہیں۔



(تصویر 5.33)

زاویۂ خارجہ = $\angle 1, \angle 2, \angle 7$ اور $\angle 8$

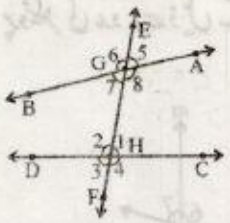
زاویۂ داخلہ = $\angle 3, \angle 4, \angle 5$ اور $\angle 6$

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

خود کر کے دیکھئے :

(i) زاویۂ خارجہ کے نام لکھئے :

(ii) زاویۂ داخلہ کے نام لکھئے :

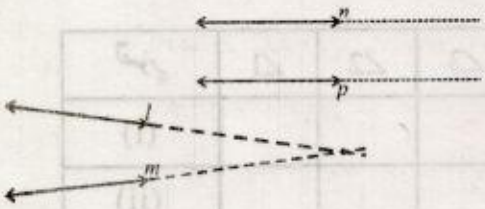


(تصویر 5.34)

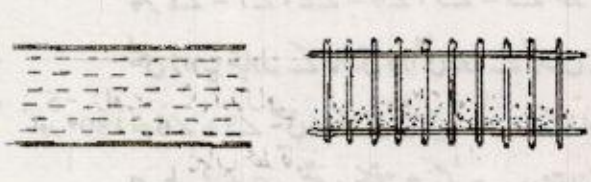
5.3 - متوازی خطوں کی خاصیت

5.3.1-متوازی خطوط (Paralle LLines):

کسی سطح پر کھینچے گئے دو خطوں پر غور کیجئے۔ اگر دونوں جانب ان خطوں کو غیر محدود طور پر بڑھایا جائے تو ہم پاتے ہیں کہ یا تو خط ایک دوسرے سے ایک نقطہ پر ملتے ہیں یا پھر کبھی اور کہیں نہیں ملتے۔ جو خطوط آپس میں کبھی نہیں ملتے وہ متوازی خطوط کہلاتے ہیں۔ اگر n اور p متوازی خط ہیں تو اسے $n \parallel p$ کے ذریعہ ظاہر کرتے ہیں۔



(تصویر 5.35)



کتاب کے آمنے سامنے کے دو کنارے — ریلوے لائن کے دو کنارے — ندی یا نہر کے دو کنارے

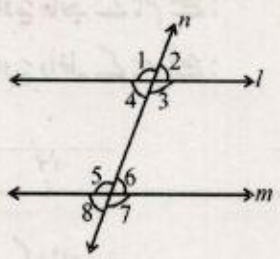
(تصویر 5.36)

5.3.2- متوازی خطوط کا خط تقاطع

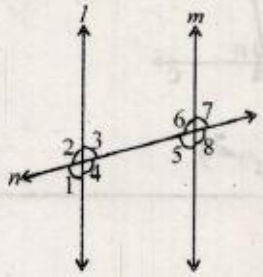
l اور m دو متوازی خط ہیں، جن کو n ایک خط تقاطع کاٹتا ہے۔ اس طرح بنے 8 زاویوں کی پیمائش کو

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

پروٹیکٹر کی مدد سے ذیل کے جدول کو بھریئے :



(i)



(ii)

(تصویر 5.37)

تصویر	$\angle 1$	$\angle 2$	$\angle 3$	$\angle 4$	$\angle 5$	$\angle 6$	$\angle 7$	$\angle 8$
(i)								
(ii)								

یہاں ہم پاتے ہیں کہ $\angle 1 = \angle 5$ ، $\angle 2 = \angle 6$ ، $\angle 3 = \angle 7$ اور $\angle 4 = \angle 8$ یعنی زاویۂ نظیری کا جوڑا برابر پیمائش کا ہے۔

پھر $\angle 1 = \angle 7$ ، $\angle 2 = \angle 8$ ، $\angle 3 = \angle 5$ اور $\angle 4 = \angle 6$

یعنی زاویۂ متبادلہ کے خارجی و داخلی جوڑے یکساں پیمائش کے ہیں۔ پھر $\angle 4 + \angle 5 = 180°$ اور $\angle 5 + \angle 6 = 180°$ یعنی خط تقاطع کی ایک جانب کے زاویۂ داخلہ کا جمع زاویۂ تمتہ یعنی $180°$ ہے۔

اس طرح ہم اس نتیجے پر پہنچتے ہیں کہ جب دو متوازی خط کو ایک خط تقاطع کاٹتا ہے، تب :

(i) زاویۂ نظیری کے ہر ایک جوڑے میں زاویوں کی پیمائش برابر ہوتے ہیں۔

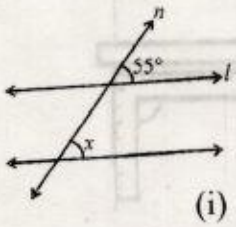
(ii) زاویۂ متبادل کے ہر ایک جوڑے میں زاویوں کی پیمائش برابر ہوتے ہیں۔

(iii) خط تقاطع کی ایک ہی جانب کے داخلہ زاویوں کا جمع $180°$ یعنی زاویۂ تمتہ ہوتا ہے۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

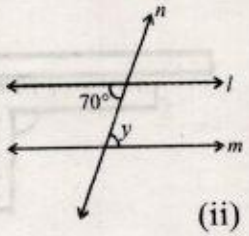
خود کر کے دیکھئے :

-1 نیچے دی گئی تصویروں میں $l \parallel m$ ہو تو نامعلوم زاویوں کی پیمائش معلوم کیجئے۔



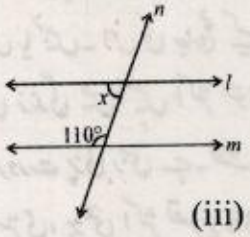
(i)

$\angle n$ = ...



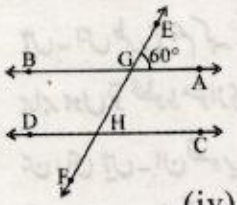
(ii)

$\angle y$ = ...



(iii)

$\angle n$ = ...



(iv)

$\angle BGH$ = ...

$\angle DHF$ = ...

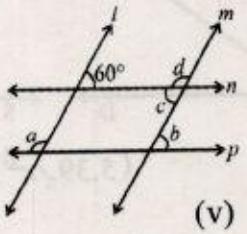
$\angle GHC$ = ...

a = ...

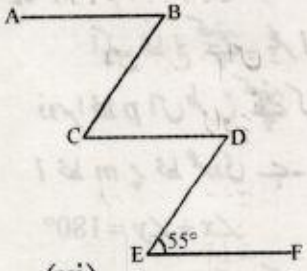
b = ...

c = ...

d = ...



(v)



(vi)

$\angle B$ = ...

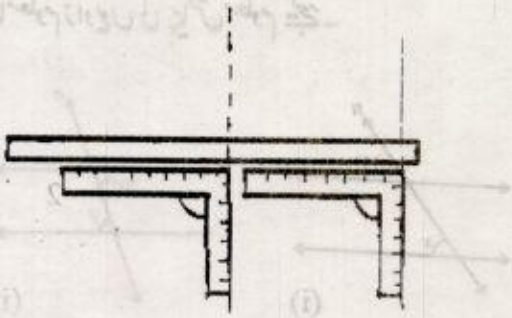
$\angle C$ = ...

$\angle D$ = ...

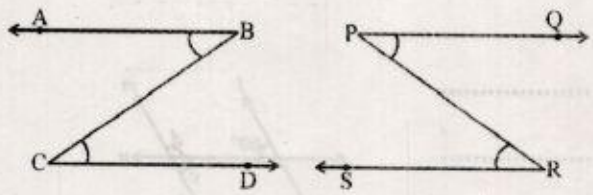
© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

5.3.3- متوازی خطوط کی جانچ

آیئے اب ہم غور کریں کہ جب دو خطوط کھینچے ہوئے ہوں تب وہ متوازی خط ہیں یا نہیں۔ اس کی جانچ کیسے ہو۔ روزمرہ کی زندگی میں ہمیں اکثر متوازی خطوط کی ضرورت پڑتی رہتی ہے۔ نقشہ بنانے والے، مستری، بڑھئی اکثر تصویر 5.38 دکھائی گئی چیزوں کا استعمال کرتے آپ کو دکھائی پڑ جائیں گے۔ یہاں وہ خطوط کو متوازی کرنے کے لیے دو L کو اسکیل پر رکھ کر زاویۂ نظیری کو برابر کرتے ہیں۔ اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ جب دو خطوط کو خط تقاطع اس طرح کاٹے کہ زاویۂ نظیری کے جوڑے برابر ہوں تو خطوط متوازی ہوتے ہیں۔ اب تصویر 5.39 پر غور کیجئے۔ اس میں z کی سیدھی اور اُلٹی تصویریں بن رہی ہیں۔ ان تصویروں میں $AB \parallel CD$ اور $PQ \parallel SR$ دکھائی پڑ رہا ہے۔ ایسا داخلی زاویۂ متبادل کے برابر ہونے کی وجہ سے ہو رہا ہے۔ اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ اگر دو خط کو ایک خط تقاطع کاٹتا ہے اور متبادل زاویوں کے جوڑے یکساں ہیں۔ تب خطوط متوازی ہوتے ہیں۔



(تصویر 5.38)



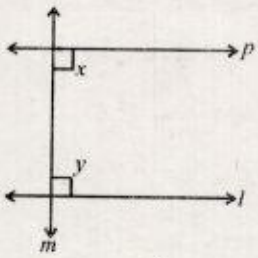
(تصویر 5.39)

کچھ کریں:

ایک خط l کھینچئے۔ پھر l پر ایک خط عمودی m کھینچئے۔ اب ایک دوسرا خط p اس طرح کھینچئے کہ وہ m پر خط عمودی ہو۔ یہاں خط p اور l خط m پر خط عمودی ہے۔ یہ دونوں خط متوازی ہیں۔ کیوں کہ

$$\angle x + \angle y = 180^\circ$$

اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ جب دو خط کو کوئی خط تقاطع اس طرح کاٹے کہ خط تقاطع کی ایک ہی جانب بنے۔ زاویۂ داخلہ کا جوڑ



(تصویر 5.40)

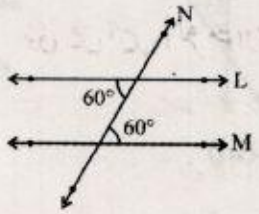
© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

$180°$ ہوتب دونوں خطوط متوازی ہوں گے۔

خود کر کے دیکھئے :

نیچے دی گئی تصویروں میں بتایئے کہ خط l اور m متوازی ہیں یا نہیں۔ ساتھ میں وجوہات بھی بتایئے :

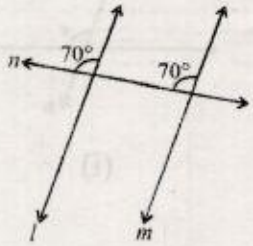
-1



ہاں / نہیں

وجوہات :

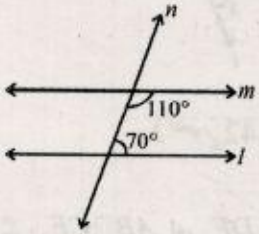
-2



ہاں / نہیں

وجوہات :

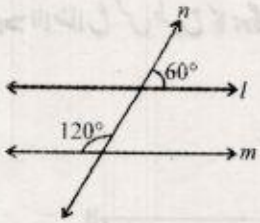
-3



ہاں / نہیں

وجوہات :

-4

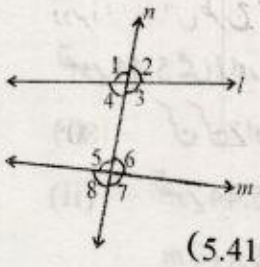


ہاں / نہیں

وجوہات :

سوالنامہ : 5.2

تصویر میں بتایئے :



(تصویر 5.41)

-1 زاویۂ نظیری کے جوڑوں کے نام۔

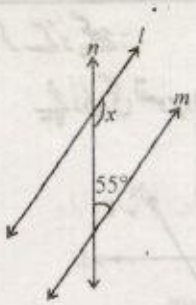
-2 داخلی زاویۂ متبادل کے جوڑوں کے نام۔

-3 خارجی زاویۂ متبادل کے جوڑوں کے نام۔

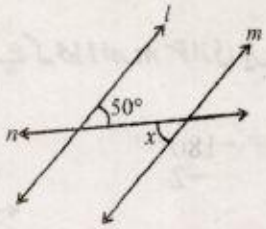
-4 خط تقاطع کی ایک ہی جانب کے داخلی زاویوں کے نام۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

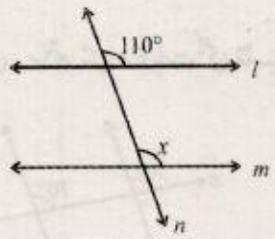
-5 $l \parallel m$، تب x کی پیمائش بتایئے:



(iii)



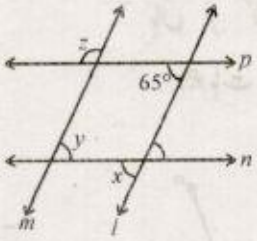
(ii)



(i)

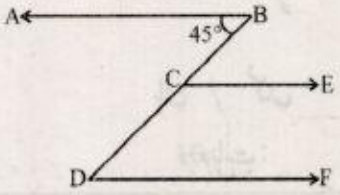
-6 تصویر 5.42 میں $l \parallel m$ اور $p \parallel n$، تب $\angle n$ اور $\angle y$ کی قیمت معلوم کیجئے:

-7 تصویر 5.42 میں z کی قیمت کیا ہوگا؟ اور اس میں بننے والا مربع ذو اربعۃ الاضلاع کس طرح کا ہوگا؟ وجہ بتایئے۔

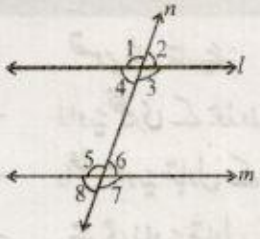


(تصویر 5.42)

-8 تصویر 5.43 میں $AB \parallel CE$ اور $CE \parallel DF$، تب $\angle B = 45°$ تب $\angle C$ اور $\angle D$ کی قیمت معلوم کیجئے۔ کیا $DF \parallel AB$، اگر ہاں تو کیسے؟



(تصویر 5.43)



(تصویر 5.44)

-9 تصویر 5.44 میں l اور m دو خطوط کو ایک خط قاطع کاٹتا ہے، تب:

(i) کن کن زاویوں کے برابر ہونے پر $l \parallel m$ ہوگا؟

(ii) تصویر 5.44 میں $\angle 4 + \angle 5 = 180°$ ہے۔ تب کیا $l \parallel m$ ہوگا؟

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

ہم نے سیکھا

-1 دو زاویوں کی پیمائش $90°$ ہو تو وہ دونوں مل کر زاویۂ تکملہ کے جوڑے اور الگ الگ آپس میں ایک دوسرے کے تکمیلی کہلاتے ہیں۔

-2 زاویوں کا ایسا جوڑا، جن کی پیمائش کا جمع $180°$ ہو تو زاویۂ تتمہ کہلاتے ہیں۔ جوڑے کے دونوں زاویے ایک دوسرے کے تتمہ کہلاتے ہیں۔

-3 زاویوں کا ایسا جوڑا، جس میں دونوں زاویۂ اس طرح منسلک ہیں کہ راس مشترک ہو، زاویہ بنانے والے اضلاع میں سے ایک ضلع مشترک ہو اور زاویہ بنانے والے جو اضلاع مشترک نہیں ہیں، وہ مشترک ضلع کے مخالف جانب ہوں، متصلہ زاویہ کہلاتا ہے۔

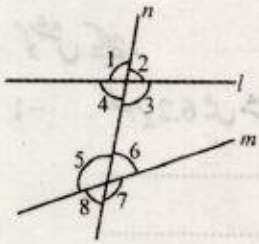
-4 جن متصلہ زاویوں کا جمع $180°$ ہو وہ خطی جوڑا بناتے ہیں۔

-5 جب دو خط مستقیم ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں تو زاویۂ متقابلہ (Vertically Opposite Angle) کے دو جوڑے بنتے ہیں۔ اور ہر ایک جوڑے کے دونوں زاویے یکساں پیمائش کے ہوتے ہیں۔

-6 ایک خط دو یا دو سے زائد خطوں کو مختلف نقطوں پر کاٹتا ہے تو خط تقاطع کہلاتا ہے۔

-7 ایک نقطہ سے ہو کر گزرنے والے سبھی خط خطوط متفقہ کہلاتے ہیں۔

-8 خط تقاطع کے ذریعہ دو خطوں کو کاٹنے سے :



(i) زاویۂ نظیری کے چار جوڑے $\angle 2$ اور $\angle 6, \angle 1$ اور $\angle 5, \angle 4$ اور $\angle 8, \angle 3$ اور $\angle 7$ بنتے ہیں۔

(ii) داخلی زاویۂ متبادل کے دو جوڑے $\angle 3$ اور $\angle 5$، $\angle 4$ اور $\angle 6$ بنتے ہیں۔

(iii) خارجی زاویۂ متبادل کے دو جوڑے $\angle 1$ اور $\angle 7$، $\angle 2$ اور $\angle 8$ بنتے ہیں۔

-9 جب دو متوازی خطوط کو ایک خط تقاطع کاٹتا ہے تب :

(i) زاویۂ نظیری کے ہر ایک جوڑوں میں زاویوں کی پیمائش برابر ہوتے ہیں۔

(ii) زاویۂ متبادلہ کے ہر ایک جوڑے میں زاویوں کی پیمائش برابر ہوتے ہیں۔

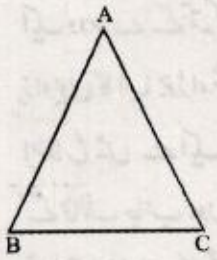
(iii) خط تقاطع کی ایک ہی جانب کے زاویۂ داخلہ کا جمع $180°$ ہوتا ہے۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

باب: 6

مثلث اور اس کی خاصیت

تمہید:

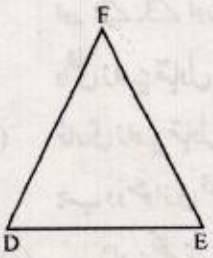


(تصویر 6.1)

پچھلی جماعت میں ہم نے مثلث کے بارے میں پڑھا ہے۔ تین قطعہ خط سے گھری شکل مستوی مثلث ہے۔ مثلث میں تین راس تین ضلعے اور تین زاویے ہوتے ہیں۔ تصویر 6.1 میں ABC ایک مثلث ہے اور A ، B اور C راس ہیں۔ AB ، BC اور CA ضلعے ہیں۔ اور $\angle ABC$ ، $\angle BCA$ اور $\angle CAB$ تین زاویے ہیں۔ راس A کے سامنے کا ضلع BC اور BC کے سامنے کا زاویہ $\angle BAC$ ہے۔

ہم مثلثوں کو ان کی ضلع اور زاویہ کے مطابق درجہ بندی کرنے کا بھی مطالعہ کر چکے ہیں۔ ضلع کے مطابق مثلث کی تین قسمیں ہوتی ہیں۔ مثلث متساوی الساقین(Isosceles Triangle)، مثلث متساوی الاضلاع (Equilateral Triangle) اور مثلث مختلف الاضلاع(Scalen Triangle)۔ اسی طرح زاویہ کے مطابق مثلث تین قسم کے ہوتے ہیں۔ مثلث حادّۃ الزاویہ (Acute Triangle) مثلث قائم الزاویہ (Right Triangle) اور مثلث منفرج الزاویہ (Obtuse Triangle)۔

کوشش کیجئے:



(تصویر 6.2)

1- تصویر 6.2 میں مثلث DEF کے راس، ضلع اور زاویہ کے نام لکھئے:

.....

.....

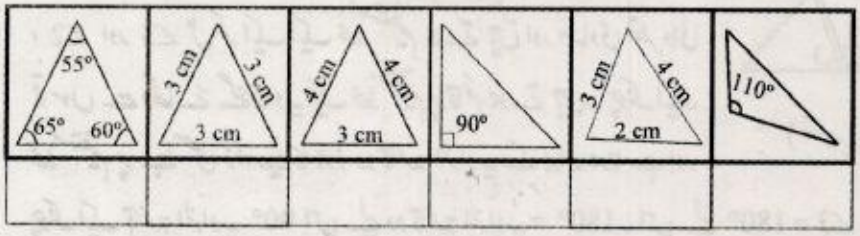
.....

2- $\angle DEF$ کے سامنے والے ضلع کے نام بتائیے:

.....

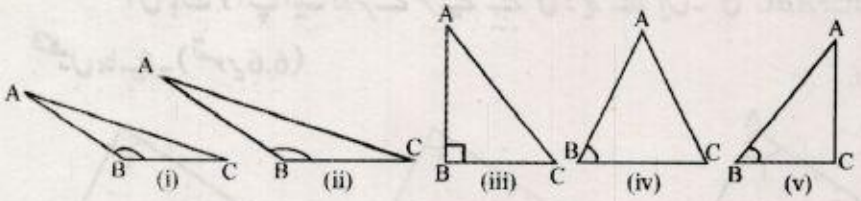
© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

-3 نیچے دیئے گئے مثلث کے نیچے لکھئے کہ وہ کون سا مثلث ہے؟ مثلث متساوی الاضلاع، مثلث متساوی الاساقین، مثلث قائمۃ الزاویہ، مثلث حادۃ الزاویہ اور مثلث منفرج الزاویہ یا مختلف الاضلاع۔



6.1- مثلث کے زاویوں کے جوڑ کا اصول

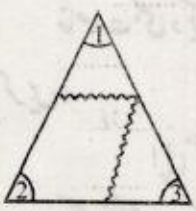
نیچے بنے مثلثوں کے زاویہ B کو دھیان سے دیکھئے:



(تصویر 6.3)

اوپر کی تصویر میں مثلث ABC میں $\angle B$ کی ناپ کو گھٹتے ہوئے دکھایا گیا ہے۔ ہم پاتے ہیں کہ جیسے جیسے $\angle B$ کی قیمت گھٹ رہی ہے ویسے ویسے $\angle A$ اور $\angle C$ کی قیمت بڑھ رہی ہے۔ یعنی مثلث میں تینوں زاویوں کا گھٹنا یا بڑھنا کسی ایک مقررہ اصول کے تحت ہوتا ہے۔ اور مثلث کے زاویوں کا جوڑ بھی کسی اصول سے بندھا ہوتا ہے۔ آیئے اس کو سیکھنے کی کوشش کیجئے۔

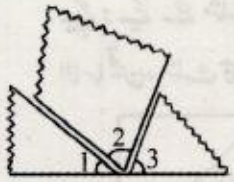
کچھ کریں:



اپنے نوٹ بک پر ایک مثلث بنایئے۔ اب پرکار کی مدد سے مثلث کے تینوں زاویوں کو مساوی نصف قطر والی قوسوں سے ظاہر کیجئے اور ان پر تصویر کے مطابق 1، 2 اور 3 درج کیجئے۔ اب مثلث کو تین ٹکڑوں میں اس طرح کاٹئے کہ ہر ایک ٹکڑے میں مثلث کا ایک ایک زاویہ ہو۔

(تصویر 6.4)

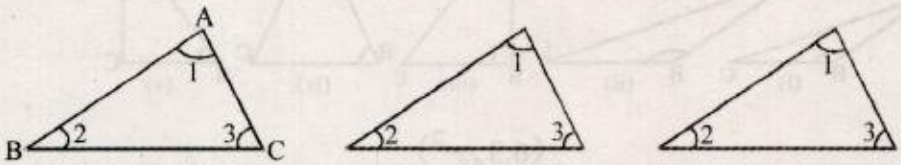
© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)



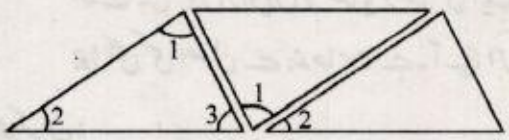
(تصویر 6.4)

اب تینوں ٹکڑوں میں بنے زاویوں کو اس طرح سے قائم کیجئے کہ ان کے راس ایک ساتھ ایک نقطہ پر رہیں۔ (تصویر 6.5) یہاں $\angle 1$ ، $\angle 2$ اور $\angle 3$ مل کر ایک ایک خط مستقیم بناتے ہیں اور مساوی قطر والی قوسوں سے دکھائے گئے زاویہ ایک خط مستقیم پر قائم ہوتے ہیں۔ چونکہ ایک خط مستقیم پر بنے سبھی زاویے کا جوڑ دو قائمۃ الزاویہ کے برابر ہوتا ہے اور چونکہ ایک قائمۃ الزاویہ $90°$ اس لیے دو قائمۃ الزاویہ $= 180°$۔ اس لیے $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$ ۔ اس طرح ہم نتیجہ نکال سکتے ہیں کہ مثلث کے تینوں زاویوں کا جوڑ $180°$ ہوتا ہے۔ آیئے اس نتیجہ کو ہم ایک دوسرے طریقے سے جاننے کی کوشش کریں۔

اس بات کو آپ ایک دوسرے طریقے سے بھی دیکھ سکتے ہیں۔ کسی ABC $\triangle$ کے تین یکساں شکلیں بنایئے۔ (تصویر 6.6)



(تصویر 6.6)



(تصویر 6.7)

ان تینوں کو تصویر 6.7 کی طرح ملا کر ٹھیک سے رکھئے۔ $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ کے بارے میں آپ کیا نتیجہ اخذ کرتے ہیں؟ (کیا آپ یہاں زاویۂ خارجہ سے متعلق خاصیت بھی دیکھ پاتے ہیں؟)

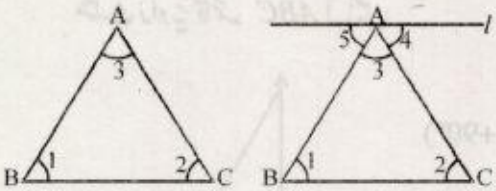
کچھ کریں:

اپنی مشقی کتاب میں کوئی تین مثلث جیسے PQR $\triangle$، ABC $\triangle$ اور XYZ $\triangle$ کھینچئے۔ ان سبھی مثلثوں کے ہر ایک زاویے کی ناپ چاند (Project) کے ذریعہ ناپ کر معلوم کیجئے۔ ان ناپوں کو جدول کی صورت میں اس طرح کھینچئے۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

□ کا نام	زاویوں کی ناپ	تینوں زاویوں کی ناپوں کا جوڑ
$\square ABC$	$m\angle A = m\angle B = m\angle C$ =	$m\square A + m\angle B + m\angle C$ =
$\square PQR$	$m\angle P = m\angle Q = m\angle R$ =	$m\angle P + m\angle Q + m\angle R$ =
$\square XYZ$	$m\angle X = m\angle Y = m\angle Z$ =	$m\square X + m\angle Y + m\angle Z$ =

قول: مثلث کے تینوں زاویوں کی ناپوں کا جوڑ $180°$ ہوتا ہے۔ اس حقیقت کو ثابت کرنے کے لیے ہم متوازی خطوط کی خاصیتوں کا استعمال کریں۔



(تصویر 6.8)

دیا ہے: $\square ABC$ کے تین زاویہ $\angle 1$، $\angle 2$ اور $\angle 3$ ہیں۔ (تصویر 6.8) دکھاتا ہے کہ:

$\square 1 + \square 2 + \square 3 = 180°$ راس A سے ضلع BC کی متوازی خط l کھینچا۔

حل	مرحلہ	وجہ
(i)	$\angle 1 = \angle 5$	$l \square \overleftrightarrow{BC}$ اور AB ایک خط تقاطع ہے۔ اس لیے زاویۂ متبادلہ برابر ہونا چاہیے۔
(ii)	$\angle 2 = \angle 4$	$l \square \overleftrightarrow{BC}$ اور AC ایک خط تقاطع ہے۔ اس کے زاویۂ متبادلہ برابر ہونا چاہیے۔

i + ii

$\angle 1 + \angle 2 = \angle 5 + \angle 4$ $\Rightarrow$ دونوں جانب میں $\angle 3$ جوڑنے پر

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle 5 + \angle 4 + \angle 3$

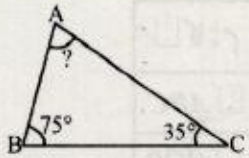
$= 180°$

$\angle 3$، $\angle 4$، $\angle 5$ ایک خط پر بنے زاویے ہیں اور ایک خط پر بنے زاویوں کا جوڑ $180°$ ہوتا ہے۔

اس لیے مثلث کے تینوں زاویوں کا جوڑ $180°$ یعنی دو زاویۂ قائمہ کے برابر ہوتا ہے۔

مثال (1): دیئے گئے مثلث میں $\angle B = 75°, \angle C = 35°$ تب $\angle A$ کی ناپ معلوم کیجئے۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)



(تصویر 6.9)

ہم جانتے ہیں کہ مثلث کے تینوں زاویوں کا جوڑ $180°$ ہوتا ہے

اس لیے $\angle A+75°+35°=180°$ یا $\angle A+\angle B+\angle C=180°$ یا

$\angle A=180°-110°=70°$ یا $\angle A+110°=180°$

مثال (2): دی گئی تصویر میں $\triangle ABC$ ایک مثلث قائمہ زاویہ ہے، جس میں زاویہ $\angle B$ قائمہ زاویہ ہے اور زاویہ C کی ناپ $60°$ ہے۔ زاویہ A کی ناپ معلوم کیجئے۔

مثلث زاویۂ قائمہ $\triangle ABC$ میں

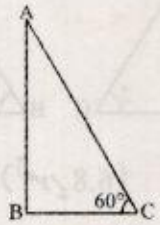
$\angle A+\angle B+\angle C=180°$

$\Rightarrow \quad \angle A+90°+60°=180° \quad (\because \angle B=+90°)$

$\Rightarrow \quad \angle A+150°=180°$

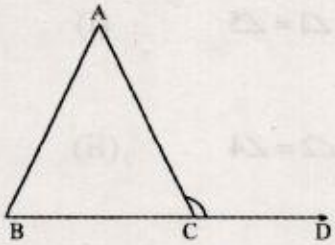
$= \angle A=180°-150°=30°$

اس لیے $\angle A=30°$



(تصویر 6.10)

6.2- زاویۂ خارجہ، متقابل زاویۂ داخلہ (Interior Angle and Opposite Interior Angle)



(تصویر 6.10)

تصویر 6.11 میں مثلث ABC میں BC ضلع کو C کی سمت میں D نقطہ تک بڑھایا گیا ہے۔ اس C نقطہ پر بنا زاویہ $\angle ACD$ مثلث کے خارجہ حصہ میں بنا زاویہ ہے۔ ایسا زاویہ ے خارجہ دوسرے ضلعوں کو بڑھا کر بھی حاصل کیا جاسکتا ہے۔

اس لیے $\angle ACD$ $\triangle ABC$ کے راس C پر بنا ایک زاویۂ خارجہ (Interior Angle) کہلاتا ہے۔ یہاں $\triangle ABC$ کے تینوں زاویوں میں C زاویۂ خارجہ ACD کے ساتھ منسلک زاویہ ہے اور $\angle A$ اور $\angle B$ زاویۂ خارجہ سے دور واقع زاویے ہیں، جو مثلث کے اندرونی حصہ میں ہے۔ اس C پر واقع زاویۂ خارجہ کے لیے $\angle C$ متصلہ ہے۔ زاویۂ داخلہ اور $\angle A$ اور $\angle B$ متقابل زاویۂ داخلہ ہے۔

آیئے اب زاویۂ خارجہ اور زاویۂ داخلہ میں رشتوں کو دیکھیں۔ ایک ٹریسنگ پیپر (Tracing Paper) پر $\triangle ABC$ کو ٹریس کریں۔ (تصویر 6.12) اب ٹریسنگ پیپر کو اس طرح دو حصوں میں بانٹئے

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)