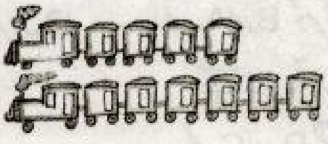
باب-8 مقداروں کا موازانہ (Comparison Of Quantities)

8.1 تمہید



ہم جانتے ہیں کہ نسبت (Rotio) کا مطلب ہے دو مقداروں کا موازانہ کرنا

مان لیجئے دو ریل گاڑیاں ہیں جن کی لمبائی بالترتیب 80 میٹر اور 160 میٹر ہے تو پہلی ریل گاڑی کی لمبائی اور دوسری ریل گاڑی کی لمبائی سے نسبت 80:160 ہے یہ موازانہ کسروں کی مدد سے $\frac{80}{160} = \frac{1}{2}$ یا $1 : 2$ کی شکل میں بھی کر سکتے ہیں۔

اس لئے پہلی ریل گاڑی کی لمبائی دوسری کی آدھی ہے

اس طرح دوسری ریل گاڑی کی لمبائی پہلی کی کتنا گنا ہوگی؟

اسے اسطرح بھی سمجھ سکتے ہیں کہ

پہلی ریل گاڑی کی لمبائی: دوسری ریل گاڑی کی لمبائی
$160 : 80$
$\frac{160}{80} = \frac{2}{1}$ یا اسلئے $2 : 1$

اس لئے دوسری ریل گاڑی کی لمبائی پہلی ریل گاڑی کی دوگنی ہے۔

آپ سوچئے کہ $a : b$ اور $b : a$ کن حالت میں یکساں ہونگے؟

یہاں پر ہم دیکھتے ہیں کہ 1:2 اور 2:1 دونوں یکساں نسبت نہیں ہے۔

اُسی طرح $a : b$ اور $b : a$ دو نسبتیں ہیں کیونکہ $\frac{a}{b} \neq \frac{b}{a}$

یہ موازنہ ہم فیصد کے استعمال سے بھی کر سکتے ہیں۔

$$\frac{\text{پہلی ریل گاڑی کی لمبائی}}{\text{دوسری ریل گاڑی کی لمبائی}} \quad \frac{80}{160} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{50}{50} = \frac{50}{100} = 50\%$$

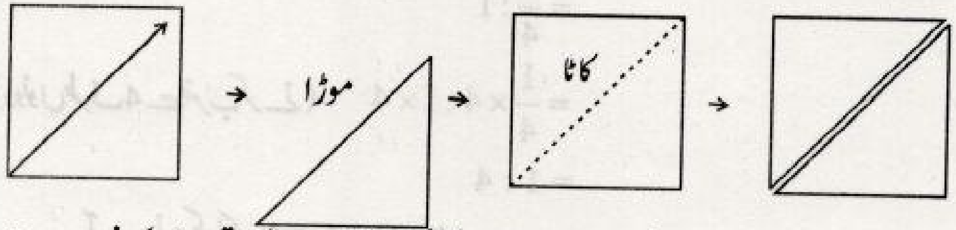
(نسب نما کو 100 بنایا گیا ہے)

پہلی ریل گاڑی کی لمبائی دوسری کی 50٪ ہے۔

عملی تجربہ

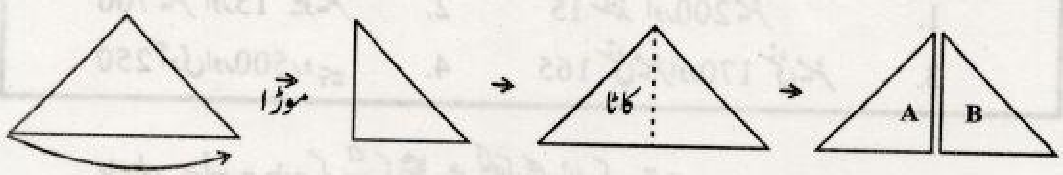
آؤ ببلو اور نیہا کی نسبت کے سوالوں کو حل کرنے میں مدد کریں۔

ببلو نے ایک مربع نما کاغذ لیا اور اس کے ایک کونے کو دوسری طرف کے کونے سے ملایا اور پھر موڑ کر کاٹ دیا۔



آپ بتائے اسطرح بنے ایک مثلث اور شروع میں لئے گئے مربع نما کاغذ کے رقبوں میں کیا نسبت ہے؟

اب نیہا نے اوپر کٹے ہوئے ایک مثلث کو لیکر نیچے دیئے گئے تصویر کے مطابق کاٹا اور بنے مثلثوں پر A اور B درج کیا۔



اس طرح بنے مثلث A کے رقبہ اور ابتدائی مثلث کے رقبہ میں کیا نسبت ہوگی؟

ببلو نے A اور B میں سے ایک مثلث کو لیکر اس طرح موڑا

کیا آپ C اور D کے رقبوں کے بیچ نسبت بتا سکتے ہیں۔

 اس تصویر میں تو لگ رہا ہے کہ C جیسی تین مثلث نما بناوٹ D میں ہے؟ سوچئے کیا یہ صحیح ہے؟

اپنے نسبتوں کو جانچنے کیلئے آپ مربع نما کاغذ لیکر اس عمل کو کر کے دیکھ سکتے ہیں۔

حالت-1 A کا C سے موازنہ کرنے پر

A ,C کا 4 گُنا ہے اسلئے A:C=1 :4

حالت-2 C کا A سے موازنہ کرنے پر

C ,A کا چوتھائی $\left(\frac{1}{4}\right)$ ہے اس لئے C : A

$$= \frac{1}{4} : 1$$

$$= \frac{1}{4} \times 4 : 1 \times 4$$ (دونوں طرف 4 سے ضرب کرنے)

$$= 1 : 4$$

آپ نے دیکھا کہ A : C ≠ C : A

خود کرکے دیکھیے

نیچے کچھ مقداروں کے مثال دیئے گئے ہیں۔ بتائیے اُن میں سے کن کن مقدار کی نسبت آپ نکال سکتے ہیں؟۔

1. 15 سکنڈ اور 200 میٹر
2. 700 میٹر اور 15 کیلو میٹر
3. 165 سنٹی میٹر اور 170 سنٹی میٹر
4. 250 آدمی اور 500 روپیہ

عام طور سے نسبت a:b کو $\frac{a}{b}$ کی شکل میں لکھکر بھی ظاہر کرتے ہیں۔

نسبت کے اس شکل کا استعمال آپ نے در نکالتے وقت بھی کیا تھا۔

مثال-1. 15 قلم کی قیمت 120 روپیہ ہے تو 24 قلموں کی قیمت کتنی ہوگی؟

حل: ہم جانتے ہیں کہ

15 قلموں کی قیمت ہے = 120 روپیہ

تب 1 قلم کی قیمت ہوگی = $\frac{120}{15}$ روپیہ فی قلم

اسے اس طرح بھی لکھ سکتے ہیں 8 روپیہ فی قلم

در نسبت کی وہ شکل ہے جس میں غیر یکساں مقداروں کا موازنہ کیا جاتا ہے۔

اب ایک قلم کی قیمت کے ذریعہ ہم 24 قلموں کی قیمت آسانی سے نکال سکتے ہیں۔

$8 \times 24 = 192$ روپیہ

مثال-2 پروین کسی امتحان میں 294 نمبر حاصل کرتی ہے اور اس کی دوست گیتا اُسی امتحان میں 372 نمبر لاتی ہے۔ اگر پروین کو امتحان میں 49 فیصد نمبر حاصل ہوتا ہے تو مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجئے۔

(الف) امتحان میں پروین کے نمبروں اور اُسکی سہیلی گیتا کے نمبروں کی نسبت

(ب) گیتا کو حاصل ہوئے نمبروں کی فیصد میں قیمت

(ج) کس کے نمبر فیصد میں زیادہ ہیں اور کتنے زیادہ ہیں۔

حل: (الف) پروین کے ذریعہ امتحان میں حاصل نمبر کا گیتا کے ذریعہ حاصل نمبروں سے نسبت

$$= 294 : 372 = \frac{294}{372} = \frac{294 \div 6}{372 \div 6} = \frac{40}{62}$$

(نسبت کی مختصر شکل اعداد کا H.C.F نکال کر)

$\frac{49}{62}$ کو $62 : 49$ کی شکل میں لکھا جاتا ہے اور 62 کے مقابلے میں 49 کا پڑھا جاتا ہے۔

(ب) سب سے پہلے ہم امتحان کے کل نمبرات کا پتہ لگائیں گے۔

مان لیجئے امتحان کا کل نمبر x ہے

دیا گیا ہے۔ پروین کو امتحان میں 49 فیصد نمبر ملے

اسلئے x کا $49\% = 294$

یا $x \times \frac{49}{100} = 294$

یا $x \times 49 = 294 \times 100$

یا $x = \frac{294 \times 100}{49} = 600$

اسلئے امتحان کا کل نمبر=600

طریقہ وحدانی کے ذریعہ

49% نمبر برابر ہے=249

تو 1% نمبر برابر ہوگا $6 = \frac{294}{49}$

$1\% = 6$ نمبر

اس لئے امتحان کے 100% نمبر ہوں گے $= 100 \times 1\% = 100 \times 6$

$100\% = 600$

چونکہ گیتا 600 نمبروں میں 372 نمبر لاتی ہے۔

گیتا کے ذریعہ حاصل شدہ نمبر فیصد میں $= \frac{372 \times 100}{600} = 62\%$ حاصل کرتی ہے۔

گیتا کے ذریعہ فیصد میں حاصل نمبر=62%

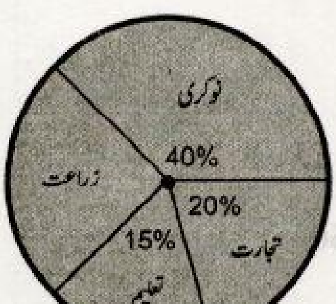
گیتا نے امتحان میں 62% نمبر لایا ہے۔ جبکہ پروین 49% نمبر لائی ہے۔

گیتا کے ذریعہ فیصد میں حاصل زیادہ نمبر= $62\% - 49\% = 13\%$

اس لئے گیتا نے پروین سے 13% زیادہ نمبر حاصل کیے ہیں۔

خود کر کے دیکھیے۔

کسی گاؤں میں رہنے والے 150 نوجوانوں میں سے 49% نوجوان نوکری میں 20% کاروبار میں 15% تعلیم کے حصول میں اور باقی کاشتکاری کے کام میں لگے ہیں تو بتائیے۔



(الف) کتنے فیصد نوجوانوں کاشتکاری کے کام میں لگے ہیں۔

(ب) نوکری کرنے والے نوجوانوں اور تعلیم حاصل کرنے والے نوجوانوں میں کیا نسبت ہے۔

(ج) کس کام میں سب سے زیادہ نوجوان اور کس کام میں سب سے کم نوجوان لگے ہیں؟

سوالنامہ-8.1

1۔ مختصر نسبت معلوم کیجئے۔

(الف) 14 میٹر کا 7 میٹر 35 سنٹی میٹر سے

(ب) 3 روپیہ کا 80 پیسے سے

(ج) 150 کیلوگرام کا 210 کیلوگرام سے

(د) 2 گھنٹے کا 50 منٹ سے۔

2۔ مندرجہ ذیل نسبتوں کو فیصد کی شکل میں تبدیل کیجئے۔

(الف) 3 : 25 (ب) 16 : 25 (ج) 3 : 16

3۔ 60 طالب علموں میں سے 40 فیصد طالب علموں کو سائنس کا مضمون دلچسپ لگتا ہے۔ تو ان طالب علموں کی تعداد بتائیے جنھیں سائنس کے مضمون میں کم دلچسپی ہے۔

4۔ کسی امتحان میں کامیاب ہونے کیلئے طالب علم کو کل نمبر کا 33 فیصد نمبر حاصل کرنا ہے۔ اسے 225 نمبر ملے جو کہ 33 فیصد سے 6 نمبر کم تھے۔ بتائیے امتحان کل کتنے نمبروں کا تھا۔

5۔ رحیم اپنا مقام رہائش 8 بجے صبح چھوڑ دیتا ہے اور اُسی دن شام 4 بجے اپنے گھر لوٹ آتا ہے۔ تو 24 گھنٹے کا کتنا فیصد وہ اپنے رہائش کے مقام پر گذارتا ہے؟

6۔ پہلا عدد دوسرے عدد سے 20% زیادہ ہے تو دوسرا عدد پہلے عدد سے کتنے فیصد کم ہے۔

8.2 فیصد کے مختلف استعمال

گاہکوں کو متوجہ کرنے کے لئے یا سامان کی فروخت میں اضافہ کرنے کیلئے دوکاندار کے ذریعہ کچھ چھوٹ (بٹا) دیا جاتا ہے۔ جس میں ہم فیصد کا استعمال کرتے ہیں کسی ادارے یا بینک کے ذریعہ بچت یا جمع کی گئی رقم پر نفع یا سود مفرد یا سود مرکب کا حساب کرنے میں بھی ہم فیصد کا استعمال کرتے ہیں۔

مثال-3 روی نے ایک پرانا ٹیلی ویژن 3000 روپیہ میں خریدا اُس نے 700 روپیہ اُسکی مرمت پر 50 روپیہ ٹمپو کرایہ پر خرچ کر کے اسے اپنی دکان پر لایا اور گاہک کو 4500 روپیہ میں بیچ دیا۔ اس کا فائدہ یا نقصان فیصد میں معلوم کیجئے۔

کبھی کبھی جب ایک سامان خریدا جاتا ہے تو خریدتے وقت یا فروخت کرنے سے پہلے کچھ زائد رقم بھی خرچ کی جاتی ہے۔ یہ خرچ جیسے مرمت پر مزدوری پر، ڈھلائی پر خرچ کی گئی رقم وغیرہ ہو سکتی ہے۔ یہ بھی ہونے والے خرچ اوپری خرچ (over head) ہیں اوپری خرچ جوڑ کر کسی سامان کی قیمت خرید معلوم کی جاتی ہے۔

حل:- ٹیلی ویژن کی قیمت خرید (CP) = قیمت + اوپری خرچ

= 3000 + (700 روپیہ +50 روپیہ)

=(3000 + 750) روپیہ

= 3750 روپیہ

قیمت فروخت = 4500 روپیہ

چونکہ قیمت فروخت زیادہ ہے قیمت خرید سے

اس لئے نفع = Rs. 4500 – Rs. 3750

= Rs. 750

اس طرح اُسے 3750 روپیہ پر اُسے 750 روپیہ کا نفع ہوا۔

اگر قیمت خرید 1 ہوتا تب نفع ہوتا۔ $\frac{750}{3750}$ روپیہ

اس لئے 100 روپیہ پر نفع = $\frac{750}{3750} \times 100 = 20\%$

خود کر کے دیکھئے

1۔ نیرج نے ایک ریفریجیٹر 9000 روپیہ میں خریدا کچھ وقت استعمال کر کے اس کے رکھ رکھاؤ/ مرمت پر 500 روپیہ خرچ کر کے نیرج نے اُسے 9000 روپیہ میں بیچ دیا اُسکا نفع/نقصان بتائے

2۔ اوپر کے سوال سے نقصان فیصد کے لئے فارمولہ بنائیے۔

مثال۔4 امیت دو کرسیاں 550 روپیہ فی کرسی کی در سے فروخت کرتا ہے۔ اس میں سے ایک پر 10% کا نفع اور دوسرے پر 20% کا نقصان ہوتا ہے۔ کل نفع یا نقصان معلوم کیجئے۔ ہر ایک کرسی کی قیمت خرید بھی معلوم کیجئے۔

حل:- دیا گیا ہے ایک کرسی 10% نفع سے فروخت کی جاتی ہے۔ اسکا مطلب ہے کہ اگر قیمت خرید 100 روپیہ ہے تو قیمت فروخت 110 روپیہ ہے۔

طریقہ وحدانی کا استعمال کرنے پر

جب110 روپیہ قیمت فروخت ہے تو قیمت خرید=100 روپیہ ہے۔

جب 1 روپیہ قیمت فروخت ہو تو قیمت خرید $\frac{100}{110}$ روپیہ

جب550 روپیہ قیمت فروخت ہے تو قیمت خرید $\frac{100}{110} \times 550$ روپیہ

$= 500$ روپیہ ہوگا

دوسری کُرسی کو20 فیصد نقصان سے فروخت کیا جاتا ہے۔ اس کا مطلب ہے۔

اگر قیمت خرید100 روپیہ ہے تو قیمت فروخت80 روپیہ ہے۔

جب قیمت فروخت80 روپیہ سے تو قیمت خرید=100 روپیہ ہے۔

اس لئے جب قیمت فروخت550 روپیہ ہے تو قیمت خرید= $\left(\frac{100}{80} \times 550\right)$

$= 687.00$ روپیہ ہوگا

کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ کل ملا کر نفع ہوا یا نقصان؟

یہ جاننے کیلئے ہمیں مجموعی شکل میں قیمت خرید اور قیمت فروخت معلوم کرنے کی ضرورت ہے۔

کل قیمت خرید= $(500 + 687.50)$ روپیہ= 1187.50 روپیہ

کل قیمت فروخت = 550روپیہ + 550روپیہ = 1100روپیہ

چونکہ کل قیمت خرید بڑا ہے کل قیمت فروخت سے

اس لئے(1100 − 1187.50)روپیہ یعنی 87.50 روپیہ کا نقصان ہو

اس طرح 1187.50 قیمت خرید پر نقصان ہوا= 87.50

اب فیصد نقصان آپ نکالئے۔

8.3 بٹہ یا چھوٹ (Discount) معلوم کرنا

دُکاندار کے ذریعہ جس قیمت پر کوئی چیز خریدی جاتی ہے وہ اس کے لئے قیمت خرید اور جس پر فروخت کی جاتی ہے وہ قیمت فروخت کہلاتی ہے۔ کئی بار دُکاندار چیزوں پر قیمت درج کر دیتے ہیں اور گاہکوں کو متوجہ کرنے کیلئے اُس درج قیمت (Mark Price) پر چھوٹ دیتے ہیں جس سے سامان کی بکری میں اضافہ ہو۔

مثال کے لئے ایک دُکاندار ایک کمپیوٹر 15000 روپیہ میں خریدتا ہے اور 3000 روپیہ بڑھا کر (3000 + 15000) = 18000 روپیہ اس کمپیوٹر کی درج قیمت رکھتا ہے۔ گاہکوں کے لئے وہ کمپیوٹر کے درج قیمت پر 2000 روپئے کی چھوٹ دیتا ہے۔

اس لئے کمپیوٹر کل درج قیمت 18000 روپیہ ہے۔

جب دُکاندار اپنی چیز کو درج قیمت سے کم قیمت پر بیچتا ہے تو درج قیمت اور قیمت فروخت کے فرق کو بٹہ یا چھوٹ کہا جاتا ہے۔ اسلئے

قیمت فروخت - درج قیمت = بٹایا چھوٹ

آج کل بازاروں میں Discount sale کی دُکانیں لگی رہتی ہیں۔ یاد رہے بٹہ (Discount) ہمیشہ درج قیمت پر ہی دیا جاتا ہے۔

مثال-5 ایک شرٹ کی درج قیمت 450 روپیہ ہے اور دُکاندار اُسے 300 روپیہ میں بیچ دیتا ہے۔ بتایئے اس شرٹ پر چھوٹ اور فیصد چھوٹ کتنا ہے؟

حل: قیمت فروخت - درج قیمت = بٹہ

= 450 روپیہ - 300 روپیہ

= 150 روپیہ

چونکہ بٹہ یا چھوٹ درج قیمت پر ہے اسلئے ہمیں درج قیمت کو بنیاد ماننا پڑے گا

چونکہ 450 روپیہ درج قیمت پر 150 روپیہ چھوٹ ہے۔

اسلئے 1 روپیہ درج قیمت پر $\frac{150}{450}$ روپیہ چھوٹ ہے

اس لئے 100 روپیہ درج قیمت پر چھوٹ ہوگا۔

$$\text{چھوٹ} = \frac{150}{450} \times 100 = 33\frac{1}{3}\%$$

اگر چھوٹ فیصد دیا ہوا ہے تو آپ چھوٹ بھی معلوم کر سکتے ہیں۔

مثال-6 ایک صوفہ کی درج قیمت 16,000 روپیہ ہے۔ سیل میں 25% بٹے کا اعلان کیا جاتا ہے۔ اس صوفہ پر بٹے کی رقم کیا ہے۔ اور اس کی قیمت فروخت کیا ہے؟

حل: دیا ہوا ہے درج قیمت = 16,000 روپیہ

25 فیصد بٹے کا مطلب ہے 100 روپیہ قیمت پر 25 روپیہ بٹہ ہے۔

اسلئے جب درج قیمت 16000 روپیہ ہے تو بٹہ = $\left(\frac{25}{100} \times 16000\right)$ روپیہ = 4000

اس لئے صوفہ پر بٹہ (Discount) کی رقم = 4000 روپیہ ہے

صوفہ کی قیمت فروخت = (16000-4000) روپیہ

= 12000 روپیہ

خود کر کے دیکھئے

1۔ ایک دُکاندار اپنے سبھی سامانوں پر 30 فیصد چھوٹ دیتا ہے۔ مندرجہ ذیل میں سے ہر ایک کی قیمت فروخت کیا ہوگی؟

(الف) 220 روپیہ درج قیمت والی ایک پوشاک

(ب) 1250 روپیہ درج قیمت والا ایک جوڑا جوتا

(ج) 650 روپیہ درج قیمت والا ایک بیگ

2۔ ایک اسکوٹر 8 فیصد بٹے پر 27,600 روپئے میں بیچی جاتی ہے۔ اسکوٹر کی درج قیمت بتایئے۔

8.4 سیل ٹیکس/ (VAT)Value Added ویٹ

سیل ٹیکس سرکار کے ذریعہ وصولا جاتا ہے۔ یہ ٹیکس کسی چیز کی خرید پر دُکاندار کے ذریعہ لیا جاتا ہے۔ اور سرکار کو دیا جاتا ہے۔ یہ ہمیشہ چیز کی قیمت فروخت پر لگتا ہے۔ آج کل چیز کی قیمت میں ٹیکس Value Added Tax کے نام سے جوڑا جاتا ہے۔

مثال۔ 7. ایک سائکل کی قیمت 2200 روپیہ اور سائکل کے پمپ کی قیمت 300 روپیہ ہے۔ بتائے کشور کو سیل ٹیکس کے ساتھ کتنی ادائیگی سائکل اور سائکل پمپ کیلئے کرنی ہوگی جبکہ سیل ٹیکس کی در %5 ہے۔

حل: سائکل کی قیمت = 2200 روپے

سائکل پمپ کی قیمت = 300 روپے

دونوں کی قیمت = (300+2200) روپے

= 2500 روپے

دونوں پر یکساں VAT ہے اسلئے قیمتوں کو جوڑا گیا ہے۔

سیل ٹیکس = 5 فیصد

کل سیل ٹیکس $= \frac{5}{100} \times 2500 = 125$ روپیہ

کل ادائیگی = (2500 + 125) روپیہ

= 2625 روپیہ

مثال- 8 شبنم نے ایک کولر 4 فیصد ٹیکس کے ساتھ 6500 روپیہ میں خریدا۔ ویٹ جوڑنے سے پہلے کولر کی قیمت معلوم کیجئے

حل: کولر کی قیمت میں ویٹ (VAT) بھی شامل ہے۔

اس لئے 4 فیصد ویٹ کا مطلب ہے کہ اگر ویٹ چھوڑ کر قیمت 100 روپیہ ہے تو ویٹ کے ساتھ قیمت 104 روپیہ ہے۔

اب اگر ویٹ کیساتھ قیمت 104 ہے تو حقیقی قیمت 100 روپیہ ہے۔

اس لئے جب ٹیکس کے ساتھ قیمت 6500 روپیہ ہے تو حقیقی قیمت $= \left(\frac{100}{104} \times 6500\right)$

$= 6250$ روپیہ

سوالنامہ-8.2

1- روہت ایک پرانی الماری 6700 روپیہ میں خرید کر 300 روپیہ اُسکی مرمت میں خرچ کرتا ہے۔ اس کے بعد اُسے وہ 7500 روپیہ میں بیچ دیتا ہے۔ اس کا نفع یا نقصان فیصد میں معلوم کیجئے۔

2- ہر ایک کیلئے z, y, x کی قیمت معلوم کیجئے۔

ترتیب نمبر	قیمت خرید	اوپری خرچ (روپے میں)	قیمت خرید روپے میں	قیمت فروخت روپے میں	نفع روپے	نقصان روپے میں	% نفع	% نقصان
I	1500 روپیہ	320 روپیہ	x	y	280	–	z	–
II	240 روپیہ	20 روپیہ	x	y	–	z	–	10%
III	500 روپیہ	x	575	y	125	–	z	–
IV	9000 روپیہ	200 روپیہ	x	7200	–	y	–	z
V	x	50 روپیہ	500 روپیہ	y	z	20%	–	–

3۔ ایک بجلی کے پنکھے کو510 روپیے میں بیچنے پر ایک دُکاندار کو15 فیصد کا نقصان ہوتا ہے۔ بتائیے دکاندار نے پنکھا کتنے میں خریدا تھا۔ اگر وہ پنکھے کو630 روپیہ میں بیچے تو اسے کتنے فیصد کا نفع یا نقصان ہوگا؟

4۔ مکیش اسپورٹس کی دُکان سے ایک فٹ بال گیند30 فیصد کی چھوٹ پر192 روپیہ میں خریدتا ہے۔ تو فٹ بال کی درج قیمت کیا ہے۔

5۔ ایک دُکاندار ایک جوڑے جوتے پر1250 روپیہ قیمت درج کر کے گاہکوں کو خریدنے پر20 فیصد کی چھوٹ دیتا ہے۔ چھوٹ دینے کے بعد بھی دُکاندار کو25 فیصد کا نفع حاصل ہوتا ہے۔ تو جوتے کی قیمت خرید کیا ہے۔

6۔ سوہن کے ذریعہ ایک ڈپارٹمنل اسٹور سے خریدی گئی چیزوں کا بل درج ذیل ہے۔ بل کی کُل رقم بتائیے۔

ترتیب نمبر	چیزوں کے نام	چیز کی قیمت	سیل ٹیکس	سیل ٹیکس (روپے میں
1	ٹی شرٹ	250	4%	
2	کراکری	300	10%	
3	گھی ار کیلوگرام	260	5%	
4	مونگ دال ار کیلوگرام	60	2%	

7۔ راکھی کو250 روپے درج قیمت کا کھیل کا سامان اور220 روپے درج قیمت کا چمڑے کا بیگ بالترتیب 6 فیصد اور12 فیصد سیل ٹیکس دیکر خریدنا پڑا ہو تو بتائیے اُس نے کل کتنی قیمت ادا کی۔

8.5 سود مرکب (Compound Inlerest)

پچھلے درجوں میں ہم طریقہ وحدانی (Unitary Melhod) کے ذریعہ سود مفرد (Simple Interest) معلوم کرنا سیکھ چکے ہیں۔ آیئے مندرجہ ذیل مثال کے ذریعہ اسے پھر دُہرائیں۔

مثال-9 2000 روپیہ پر3 سال کا10 فیصد سالانہ کی در سے سود معلوم کریں

حل:- 100 روپیہ پر1 سال کا سود=10 روپیہ

یعنی 1 روپیہ پر1 سال کا سود = $\frac{10}{100}$ روپیہ

اسلئے 2000 روپیہ پر1 سال کا سود = $2000 \times \frac{10}{100}$ روپیہ

یعنی 2000 روپیہ پر 3 سال کا سود $= 3 \times \frac{10}{100} \times 2000$ روپیہ $= 600$ روپیہ

یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ 2000 روپیہ کا 3 سال کا 10 فیصد سالانہ کی در سے سود معلوم کرنے کے لئے در اصل (2000) روپیہ کا وقت (3 سال) اور در $\left(10\% = \frac{10}{100}\right)$ سے ضرب کیا جاتا ہے۔ اس لئے یہ نتیجہ نکالتا ہے

$$\text{سود مفرد} = \frac{\text{زر اصل} \times \text{وقت} \times \text{در}}{100}$$

اب اگر سود (Interest) کو I زر اصل (Prineipal) کو P وقت (Time) کو T اور در (Rate of Interest) کو R% سالانہ سے ظاہر کریں تو

$$I = \frac{P \times R \times T}{100}$$

اسی طرح زر کل (Amount) کو A سے ظاہر کریں تو

$$A = P + I$$

خود کر کے دیکھئے

ابھیشیک کے ذریعہ مہاجن سے 4000 روپیہ 10 فیصد سالانہ کی در سے جو 3 سال کیلئے قرض لیا گیا ہے۔ سود مفرد اور زر کل معلوم کریں۔

لیکن عام طور سے بینک، پوسٹ آفس، انشورنش کمپنی یا دوسرے اداروں کے ذریعہ لیا جانے والا یا ادا کیا جانے والا سود، سود مفرد نہیں ہوتا ہے۔ ان اداروں کے ذریعہ سود کا تخمینہ پچھلے سال کے رقم پر کیا جاتا ہے جسمیں پچھلے سال کا سود شامل ہوتا ہے۔ اس طریقہ پر کئے گئے سود کے تخمینہ کے طریقہ کو سود مرکب (Compound Interest) کہا جاتا ہے۔

ایک کسان دینو اپنے نزدیک کے علاقائی گرامین بینک سے زرخیز قسم کی بیج خریدنے کیلئے 2000 روپیہ ایک سال کے لئے 10 فیصد سالانہ در پر قرض لیتا ہے۔ دینو کو 1 سال بعد کتنی رقم واپس کرنی ہوگی؟

ایک سال بعد سود کی رقم $= \frac{2000 \times 10 \times 1}{100} = 200$ روپیہ

ایک سال بعد بینک کوواپس کی جانے والی رقم=2000+200=2200روپیہ

لیکن فصل کی اُپج نہیں ہونے پر دینوقرض نہیں لوٹا پایا اور بینک جاکر رقم کولوٹانے کیلئے ایک سال کا وقت اور مانگتا ہے۔اس لئے دوسرے سال کیلئے زراصل2200روپیہ ہوجائیگا۔

اب دوسرے سال کے آخر میں دینوکوذیل رقم کی ادائیگی کرنی ہوگی۔

دوسرے سال کا زراصل =2200 روپیہ

$$2200 \text{ روپیہ پر اگلے سال کا سود} = \frac{2200 \times 10 \times 1}{100} = 220 \text{ روپیہ}$$

دوسرے سال کے آخر میں واجب الادارقم= (220 + 2200)روپیہ = 2420روپیہ

اس لئے 2 سال کے بعد دینوکو2420روپیہ لوٹانے ہونگے۔

آپ نے دیکھا کہ دوسرے سال کا سود220روپیہ ہے جو پہلے سال کے بعد سود سے20روپیہ زیادہ ہے۔سود کی یہ زیادہ رقم دوسرے سال کے زیادہ زراصل کی وجہ سے ہے۔اس طریقہ سے سود کا حساب نکالنے کوسود مرکب کہتے ہیں۔

خودکرکے دیکھئے

ترتیب نمبر	زراصل	در	پہلا سال		دوسرا سال		تیسرا سال	
			سود	زرکل	سود	زرکل	سود	زرکل
1	10,000	10%	1000	11000	1100	12100	1210	13310
2	50,000	5%						
3	30,000	10%						

مثال-10 انورادھانے کسی ادارے میں 5 فیصد سالانہ سود مرکب کی در سے800روپیہ 3 سال کیلئے جمع کیا۔متعین مدت کے بعد اس کو ملنے والا سود مرکب اور زرکل معلوم کیجئے۔

حل: پہلے سال کے بعد زراصل(P) = 8000روپیہ، در(R) = 5% وقت(T) = 1سال

$$\text{پہلے سال کا سود} = \frac{P \times R \times T}{100} = \frac{8000 \times 5 \times 1}{100} = 400 \text{ روپیہ}$$

پہلے سال کے آخر میں زرکل = زراصل + سود= (400 + 8000)روپیہ = 8400روپیہ

پہلے سال کے آخر میں زرکل ہی دوسرے سال کیلئے زراصل ہوتا ہے۔

اس لئے دوسرے سال کیلئے زراصل(P)= 8400 در(R) = 5% , وقت (T) = 1سال

اسلئے دوسرے سال کا سود $= \frac{P \times R \times T}{100} = \frac{8400 \times 5 \times 1}{100} = 420$ روپیہ

دوسرے سال کے آخر میں زرکل = زرکل اصل + سود

$= (8400 + 420)$روپیہ $= 8820$ روپیہ

دوسرے سال کے آخر میں زرکل تیسرے سال کیلئے زراصل ہوتا ہے۔

اس لئے تیسرے سال کا زراصل(P) = 8820، در (R) = 5٪ وقت(T) =1 سال

اس لئے تیسرے سال کا سود $= \frac{P \times R \times T}{100} = \frac{8820 \times 5 \times 1}{100} = 441$ روپیہ

سود مرکب = پہلے سال کا سود + دوسرے سال کا سود + تیسرے سال کا سود

=400روپیہ + 420روپیہ441+روپیہ= 1261روپیہ

زرکل = (زراصل + سود) = (1261+800)=9261روپیہ

اسطرح واضح ہے کہ سود مرکب معلوم کرنے کیلئے ہر سال سود کا حساب کرنا پڑتا ہے۔

خود کر کے دیکھئے

1۔ اردنا نے اپنے کمپیوٹر سنٹر کے لئے دو کمپیوٹروں کے لئے60,000روپئے10 فیصد سود مرکب کی در پر لئے۔ بتایئے اورنا کو3 سال بعد کل کتنی رقم لوٹانی ہوگی؟

2۔ 10,000روپیہ کا10 فیصد کی در سے 3 سال کا سود مرکب اور زرکل معلوم کیجئے۔

8.5.1 سود مرکب کیلئے فارمولے کا تعین

ایک دن موہن نے اپنے اُستاد سے پوچھا" کیا سود مرکب معلوم کرنیکا کوئی آسان طریقہ ہے؟ اُستاد نے کہا" سود مرکب معلوم کرنے کا ایک مختصر طریقہ ہے۔ آیئے اسے معلوم کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔

مانا کہ R٪ سالانہ سود کی شرح سے زراصل P پر سالانہ سود جمع کیا جاتا ہے۔

مان لیا کہ روپیہ P=500 اور R = 6% اور مدت =2 سال ہے

دو سال بعد کا زر کل اور سود مرکب معلوم کرنا ہے۔

پہلے سال کے آخر میں زر کل کا حساب یہاں **T = I**

پہلے سال کا سود $\frac{500 \times 6 \times 1}{100}$ یعنی $SI_1 = \frac{P_1 \times R \times 1}{100}$

$$= \frac{P_1 R}{100}$$

اسلئے پہلے سال کے آخر میں زر کل = زر اصل (P) + سود (S,I)

$$= 500 + \frac{500 \times 6 \times 1}{100}$$ یا $$A_1 = P_1 + SI_1$$

زر کل $A_1 = 500\left(1+\frac{6}{100}\right)$ روپیہ

$$= P_1 + \frac{P_1 R}{100}$$

$$= P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)$$

(P مشترک لینے پر)

پہلے سال کا زر کل A_1 = دوسرے سال کا زر اصل = P_2

دوسرے سال کے آخر میں زر کل کا حساب

دوسرے سال کا سود $= \left[500\left(1+\frac{6}{100}\right)\right] \times \frac{6 \times 1}{100}$

$$= \frac{500 \times 6}{100}\left(1+\frac{6}{100}\right)$$ روپیہ

یا $SI_2 = \frac{P_2 \times R \times 1}{100}$

$$SI_2 = P_1\left(1+\frac{R}{100}\right) \times \frac{R}{100}$$

$$= \frac{P_1 R}{100}\left(1+\frac{R}{100}\right)$$

اس طرح دوسرے سال کا زر کل ہوگا

$$A_2 = 500\left(1+\frac{6}{100}\right) + \frac{50 \times 6}{100}\left(1+\frac{6}{100}\right)$$

$$= P_1\left(1+\frac{R}{100}\right) + \frac{P_1 R}{100}\left(1+\frac{R}{100}\right)$$

$$= 500\left(1+\frac{6}{100}\right)\left[1+\frac{6}{100}\right]$$ روپیہ

$$= P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)\left[1+\frac{R}{100}\right]$$ مشترک لینے پر

$$500\left(1+\frac{6}{100}\right)^2$$ روپیہ $= P_3$

$$= P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)^2 = P_3$$

اسی طرح آگے بڑھتے ہوئے n سال کے آخر میں زر کل

$$A_n = P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$ ہوگا

یا ہم کہہ سکتے ہیں کہ

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

جہاں زر اصل =P، سالانہ در =R، زر کل =A اور سال =n

اگر آپ کو سود مرکب (C.I) معلوم کرنا ہو تو ہم جانتے ہیں کہ

زر اصل ـ زر کل = سود مرکب

$$C.I. = A - P$$

$$= P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n - P$$

$$C.I = P\left[\left(1+\frac{R}{100}\right)^n - P\right]$$

اس لئے سود مرکب سے متعلق زر کل اور سود کو سیدھے نکالنے کیلئے ہم ان فارمولوں کا استعمال کر سکتے ہیں۔

مثال۔11. 6000 روپیہ کا 3 سال کیلئے 10 فیصد سالانہ در سے سود مرکب معلوم کیجئے۔

حل:- ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{سود مرکب} = \text{زر اصل}\left[\left(1+\frac{\text{در}}{100}\right)^{\text{وقت}}-1\right]$$

یا $$C.I = P\left[\left(1+\frac{R}{100}\right)^n-1\right]$$

یہاں زر اصل =6000 روپیہ

وقت =3 سال

در =10% سالانہ

$$C.I = 6000\left[\left(1+\frac{10}{100}\right)^3 - 1\right] \quad \therefore$$

$$= 6000\left[\left(1+\frac{10}{100}\right)^3 - 1\right]$$

$$= 6000\left[\frac{1331}{1000} - 1\right]$$

$$= 6000\left[\frac{1331-1000}{1000}\right]$$

$$= 6000 \times \frac{331}{1000}$$

= 1986روپیہ

8.7.2 سود مرکب کی مدت

اوپر کے مثالوں میں سود مرکب کا حساب سالانہ بنیاد پر کیا گیا ہے۔ لیکن یہ ضروری نہیں ہے کہ ہمیشہ سود مرکب کا حساب سالانہ ہی کیا جائے۔

آیئے یہ دیکھتے ہیں کہ اگر سود سالانہ یا چھ ماہی جمع کیا جائے تو 100 روپیہ کے سود میں کتنی تبدیلی ہوگی؟

P = 100روپیہ اور 10% سالانہ در پر	P = 100روپیہ اور 10% سالانہ در پر
سود سالانہ جمع ہوتا ہے اور مدت 1 سال	سود چھ ماہی جمع کیا جاتا ہے اور مدت 1 سال
$I = \frac{100 \times 10 \times 1}{100} = 10$	$I = \frac{100 \times 10 \times \frac{1}{2}}{100} = 5$ روپیہ (پہلے 6 مہینہ کا سود)
A = 100 + 10	A = 100 + 5 = 105روپیہ
= 110 روپیہ	اب اگلے چھ مہینے کے لئے P = 105 روپیہ

اسلئے $I = \frac{105 \times 10 \times \frac{1}{2}}{100} = 5.25$ روپیہ

A = 105 روپیہ + 5.25 روپیہ = 110.25روپیہ

چونکہ سود کی ادائیگی چھ ماہی ہے۔

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^{T}$$

اسال میں 6 ماہ دوبار آتا ہے اسلئے T کو دوگنا کردیتے ہیں

اور در چونکہ سالانہ ہوتی ہے اسلئے سود چھ ماہی ادا ہونے پر اُسے آدھا کردیتے ہیں

$$A = 100\left(1+\frac{5}{100}\right)^{2}$$

$$= 100 \times \left(\frac{21}{20}\right)^{2}$$

$$= 100 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20}$$

$$= 110.25$$

اوپر ہم نے دیکھا کہ اگر سود چھ ماہی ادا کیا جاتا ہے تو ہم سود کا حساب دوبار کرتے ہیں۔ اسلئے مدت دوگنی ہوجاتی ہے اور در آدھا کردیا جاتا ہے۔

خود کر کے دیکھئے

مندرجہ ذیل میں سود کی ادائیگی کیلئے وقت کی مدت اور در معلوم کیجئے

1۔ دوسالوں کیلئے 10 فیصد سالانہ در پر اُدھار لی گئی ایک رقم پر سود چھ ماہی ادا کیا جاتا ہے۔

2 ۔ $1\frac{1}{2}$ سالوں کے لئے 6 فیصد سالانہ در پر اُدھار لی گئی ایک رقم پر سود چھ ماہی ادا کیا جاتا ہے۔

مثال–12 اُرملا نے 2000 روپیہ 20 فیصد سالانہ سود کی در سے اُدھار لئے۔ اگر سود کی ادائیگی ہر چھ مہینے پر کیا جاتی ہو تو $1\frac{1}{2}$ سال بعد اُسے کتنی رقم چکانی ہوگی۔ اور سود کی رقم بتائیے۔

حل: سوال کے مطابق

زر اصل (P)=2000 روپیہ

در (R)=20 فیصد سالانہ =10 فیصد چھ ماہی

وقت (n)= $1\frac{1}{2}$ سال = 3 چھ ماہ

سود مرکب سے

$$\text{زر اصل} \quad A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$= 2000\left(1+\frac{10}{100}\right)^3$$

$$= 2000\left(1+\frac{1}{10}\right)^3$$

$$= 2000\left(\frac{11}{10}\right)^3 = 2000 \times \frac{1331}{1000}$$

$$= 2662 \text{ روپیہ}$$

سود مرکب = زر کل − زر اصل

$$= (2662 - 2000) \text{ روپیہ}$$

$$= 662 \text{ روپیہ}$$

مثال۔13 32 روپیہ پر 12 فیصد سالانہ سود کی در سے 2 سال کے لیے سود مرکب اور سود مفرد کا فرق معلوم کیجیے۔

حل: سوال کے مطابق

زر اصل (P) = 3200 روپیہ

در (R) = 12%

وقت (T) = 2 سال

$$\text{سود مرکب} = P\left[\left(1+\frac{R}{100}\right)^n - 1\right]$$

$$= 3200\left[\left(\frac{112}{100}\right)^2 - \frac{1}{1}\right]$$

$$= 3200\left[\frac{12544}{1000} - \frac{1}{1}\right]$$

$$= 3200\left[\frac{12544-10000}{10000}\right]$$

$$\text{سود مفرد} = \frac{P \times R \times T}{100}$$

$$= \frac{P \times R \times T}{100}$$

$$= 768 \text{ روپیہ}$$

$$= 3200\left[\frac{12544 - 10000}{10000}\right]$$

$$= 3200 \times \frac{2544}{1000} = 814.08$$ روپیہ

سود مفرد۔ سود مرکب = سود میں فرق

روپیہ $(841.08 - 768)$

روپیہ 46.08

8.8.3 سود مرکب کے فارمولے کا مختلف استعمال

ابھی تک ہم نے سود مرکب کے فارمولے کا استعمال کر کے کسی دھن کی متعین مدت میں اضافہ پر غور کیا ہے ۔لیکن کچھ دوسری بھی حالتیں بھی ہیں جہاں پر اسکے فارمولے کا استعمال کیا جاسکتا ہے۔ جیسے آبادی میں اضافہ یا تخفیف (کمی) یا کسی چیز کی قیمت میں اضافہ یا کمی آیئے اس پر غور کریں۔

آبادی۔ اضافہ کی در سے ہمیں پتہ چل سکتا ہے کہ کسی مخصوص سال کے آخر میں ملک کی آبادی کتنی ہو جائیگی۔ اس کے لئے مندرجہ ذیل فارمولے کا استعمال کیا جائے گا۔ اگر موجودہ آبادی $=P$، آبادی۔ اضافہ کی سالانہ در $=r\%$ اور n سال کے آخر میں آبادی $= Q$ ہو تو

$$Q = P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

اگر آبادی میں اضافہ کی جگہ پر کمی ہو تو درج بالا فارمولہ ہی استعمال میں لایا جائیگا۔ صرف در کے مقام پر r کو منفی (۔) لینا ہوگا۔ اسی لئے آبادی میں کمی کی حالت میں

$$Q = P\left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$$

ٹھیک اسی طرح کسی چیز کی قیمت میں اضافہ یا کمی کا تخمینہ کرنے کے لئے آبادی میں اضافہ یا کمی کے فارمولہ کی طرح ہی فارمولے کا استعمال کیا جائیگا۔

آیئے کچھ مثال لیں۔

مثال۔ 14 ایک گاؤں کی آبادی ہر سال 10 فیصد بڑھ جاتی ہے۔ اگر اس وقت اُسکی آبادی 8000 ہے تو 3 سال بعد اس کی آبادی کیا ہو جائیگی۔

حل: دیئے فارمولہ سے ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{n سالون کے بعد آبادی} = \text{آج کی آبادی} \times \left(1+\frac{\text{در}}{100}\right)^n$$

$$\text{3 سالوں کے بعد آبادی} = 8000\left(1+\frac{10}{100}\right)^3 = 800\left(\frac{11}{10}\right)^3$$

$$= 8000 \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10}$$

$$= 10648$$

دوسرے طریقے سے بھی ہم اس کا حل نکال سکتے ہین۔

اسال بعد گاؤں کی آبادی میں اضافہ = 10% کا 8000

$$= 8000 \times \frac{10}{100} = 800$$

اسلئے اسال بعد گاؤں کی آبادی = 800 + 8000 = 8800

دوسرے سال بعد گاؤں کی آبادی میں اضافہ = 10% کا $8800 = 8800 \times \frac{10}{100}$

$$= 880$$

اسلئے دوسال بعد گاؤں کی آبادی = 880 + 8800

$$= 9680$$

پھر تیسرے سال کے بعد گاؤں کی آبادی میں اضافہ = 10% کا 9680

$$= 9680 \times \frac{10}{100} = 968$$

اس لئے 3 سال بعد گاؤں کی آبادی = 968 + 9680 = 10648

مثال۔15 ایک موٹر سائیکل 55000 میں خرید اگیا۔8 فیصد سالانہ کی در سے اسکی قیمت میں تخفیف ہو رہی ہے۔ 2 سال بعد موٹر سائیکل کی قیمت معلوم کیجئے۔

حل۔ تخفیف کا مطلب ہے قیمت کا گھٹنا۔

فارمولہ کا استعمال کر کے

$$\text{2 سال بعد موٹر سائیکل کی قیمت} = 5000\left(1-\frac{8}{100}\right)^2 \text{ روپیہ}$$

$$= 5000 \times \frac{92}{100} \times \frac{92}{100}$$

$$= 46552 \text{ روپیہ}$$

خود کیجئے

سنگیتا نے ایک موبائیل سیٹ 12000 روپیہ میں خریدا۔ ایک سال بعد اُس موبائل سیٹ کی قیمت میں 5 فیصد کی تخفیف ہوگئی۔ ایک سال بعد موبائل سیٹ کی قیمت معلوم کیجئے۔

سوالنامہ۔ 8.3

1۔ سدھیر نے ایک کوٹ 4500 روپیہ میں خریدا۔ اُسے فروخت ٹیکس (Sell Tax) 6 فیصد زائد دینے پڑے تو بتائیے کہ سدھیر نے کوٹ خریدنے میں کل کتنے روپئے لگائے۔

2۔ ایک دکاندار نے اپنی دکان سے 3 مہینے کی بکری کے بعد 4500 روپیہ ویٹ (VAT) کی شکل میں جمع کیا۔ اگر ویٹ کی در 4 فیصد ہو تو یہ بتائیے کہ اس نے کتنی اصل رقم کا ساماں بیچا۔

3۔ رضیہ نے ایک دوافروش کے یہاں سے 625 روپیہ درج قیمت کی دوائی خریدی اور اس پر 12 روپیہ 50 پیسے زائد دینے۔ بتائیے کہ زائد ٹیکس کی در کیا تھی؟

4۔ زرکل معلوم کیجئے جب سود کی ادائیگی ہر سال کی جاتی ہے۔

(الف) 7500 روپیہ پر 2 سال کے لئے 6 فیصد سالانہ سود کی در سے

(ب) 25000 روپیہ پر 3 سال کے لئے 8 فیصد سالانہ کی در سے

5۔ سود مرکب معلوم کیجئے۔

(الف) 6000 روپیہ 3 سال کیلئے 10 فیصد سالانہ سود کی شرح سے

(ب) 4000 روپیہ پر 2 سال کیلئے 5 فیصد سالانہ سود کی دریا شرح سے

6۔ وہ دھن معلوم کیجئے جو 8 فیصد سالانہ سود کی شرح سے 2 سال میں 7290 ہو جاتا ہے۔

7۔ کتنے فیصد سالانہ سود کی در سے 4000 روپیہ 2 سال میں 5290 روپیہ ہو جاتا ہے۔

8۔ سلیمہ نے ایک زمین کا ٹکڑا خریدنے کیلئے بینک سے 40960 روپیہ قرض لیا۔ اگر بینک $12\frac{1}{2}\%$ سالانہ در سے $1\frac{1}{2}$ سال کے لئے قرض دیتا ہے اور سود چھ ماہی واجب الادا ہوتا ہے۔ تو سلیمہ کو کتنی رقم واپس کرنی ہوگی۔ اور اس کے ذریعہ ادا کی گئی سود کی رقم بھی معلوم کیجئے۔

9۔ روی نے 32000 روپیہ بینک میں جمع کیا۔ اس بینک کے ذریعہ جمع کی گئی رقم پر سہ ماہی سود در سود دینے کا اعلان ہوا اور سود کی در 5 فیصد سالانہ ہو تو روی کو 6 مہینے بعد کتنی رقم حاصل ہوگی۔

10۔ 5 فیصد سالانہ در سے بڑھتی ہوئی سال 2005 کے آخر میں ایک شہر کی آبادی 44,100 ہوگئی بتایئے سال 2003 میں اس شہر کی آبادی کتنی تھی۔

11۔ ایک جنریٹر (Generator) کی موجودہ قیمت 42000 روپیہ ہے۔ اگر اسکی قیمت میں تخفیف 5 فیصد سالانہ ہو تو 2 سال بعد اس جنریٹر کی قیمت کیا ہوگی؟

*